Physikalische Zeitschrift

Begründet von **E. Riecke** und **H. Th. Simon**

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von **Johannes Stark**

Herausgegeben von

Prof. Dr. **P. Debye**, in Leipzig

Prof. Dr. **F. Harms**, in Würzburg

und

Prof. Dr. **R. Seeliger**, in Greifswald

EINUNDDREISSIGSTER JAHRGANG

1930

Mit 37 Tafeln

Verlag von S. Hirzel in Leipzig

1930

OBERLIN COLLEGE LIBRARY

530.5
P 5691
WITHDRAWN
OBERLIN COLLEGE
LIBRARY

Druck von August Pries in Leipzig.
Printed in Germany.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 1 — 1. Januar 1930. Redaktionsschluß für Nr. 3 am 10. Januar 1930. — 31. Jahrgang

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:

W. Finkelnburg, Kontinuierliche Gasspektren. S. 1.

Originalmitteilungen:

J. Tröger, Die Schallaufnahme durch das äußere Ohr. S. 26.

N. Barbulescu, Die Zustandsgleichung der Oberfläche. S. 48.

H. E. Hollmann, Ein Gegentaktoszillator für Elektronenschwingungen. S. 56.

Besprechungen:

A. S. Eve u. D. A. Keys, Applied Geophysics. S. 64.

F. Raaz, Sphärische Trigonometrie. S. 64.

P. Debye, Polare Molekeln. S. 64.

Personalien. S. 64.

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Kontinuierliche Gasspektren.

Von W. Finkelnburg.

1. Einleitung.
2. Atom-Grenzkontinua.
3. Molekül-Grenzkontinua und Prädissoziationsspektren.
4. Die Halogenkontinua.
5. Das kontinuierliche Wasserstoffspektrum.
6. Die Quecksilberspektren.
7. Die kontinuierlichen Spektren der Kometen und der Sonnenkorona.
8. Temperatur- und Druckkontinua.

1. Einleitung.

Zu den Spektren leuchtender Gase und Dämpfe gehört außer den Linien- und Bandenspektren noch die Gruppe der kontinuierlichen Gasspektren, und angesichts des hohen Standes der Linien- und Bandenspektroskopie ist es eigentlich erstaunlich, wie wenig wir, abgesehen von einigen Einzelgebieten, über die den beiden genannten sicher nahe verwandten kontinuierlichen Gasspektren wissen.

Und doch begegnen diese neben den Linien- und Bandenspektren dem Spektroskopiker bei fast allen seinen Untersuchungen, sei es als wohlausgebildete und lichtstarke, über weite Spektralbereiche sich ausdehnende Spektren wie bei starken Entladungen in Gasen von hohem Druck, beim Unterwasserfunken und bei manchen Flammen, sei es als oftmals störender kontinuierlicher Untergrund bei den verschiedensten Entladungsarten, sei es als kontinuierliche Schwänze anschließend an die Konvergenzstellen von Linien- und Bandenserien, oder als verschwommene und verbreiterte Linien, Banden und Bandengruppen. Noch öfter aber begegnen die kontinuierlichen Gasspektren dem Astrophysiker, setzen sich doch — ganz abgesehen von den im wesentlichen kontinuierlichen Spektren der Kometen — die Spektren all der glühenden Gaskugeln, wie sie unsere Sonne und die Fixsterne darstellen, zusammen aus einem kontinuierlichen Emissionsspektrum — dem sog. Wärmespektrum — und den diesem meist in Absorption überlagerten Linien- und Bandenspektren, dienen dem Astronomen doch sogar die als „Farbenindizes" gemessenen Intensitäten verschiedener Bereiche der kontinuierlichen Sternspektren als mit Erfolg verwandtes Mittel zur Bestimmung der Temperatur der Fixsterne.

An Bedeutung stehen also die kontinuierlichen Gasspektren den Linien- und Bandenspektren nicht nach, und nur die Schwierigkeit ihrer Untersuchung — Schwierigkeit von Intensitätsmessungen gegenüber Wellenlängenmessungen sowie übergroße Empfindlichkeit dieser Spektren gegen Änderung der Anregungsbedingungen — sowie vielleicht auch das Fehlen theoretischer Anregungen sind der Grund für unsere geringe Kenntnis dieses interessanten Gebiets.

Was bisher vorliegt, ist eine riesige Zahl von Einzelbeobachtungen und Spezialuntersuchungen, die teilweise bis in die Zeit der ersten Untersuchungen von Gasentladungen und Spektren von Flammen überhaupt zurückreichen, und die sich in neuerer Zeit im wesentlichen auf Festlegung von Anregungsbedingungen und auf Versuche der Deutung des Ursprungs eines einzelnen Spektrums beschränken, während umfassende Untersuchungen und besonders größere photometrische Meßreihen mit wenigen Ausnahmen völlig fehlen.

Der Zweck dieses Berichts ist es daher, das gesamte vorliegende Material an Untersuchungen einmal zusammenzustellen und daraus ein Bild unserer jetzigen Kenntnis des behandelten Gebiets zu geben. Mit Absicht wurde dabei der Rahmen des Berichts so weit gewählt, daß in ihm alles, was im Gebiet der Gasspektren nicht streng diskontinuierlich ist, mit behandelt werden konnte.

Der Bericht soll in erster Linie eine Einführung in das behandelte Gebiet und eine Hilfe bei weiterer Arbeit sein und wendet sich daher vorwiegend an den experimentellen Physiker. Deshalb wurde erstens Wert darauf gelegt, ein möglichst vollständiges Verzeichnis der sehr umfangreichen Literatur zu bringen, und zwar unter Berücksichtigung der dem Physiker meist wenig bekannten astronomischen und der oft recht interessanten, teilweise durchaus noch nicht überholten älteren Literatur.

Zweitens wurde, da der Raum für diesen Bericht sehr beschränkt war, die Besprechung der Unzahl der Theorien über die kontinuierlichen Spektren im Gegensatz zu den experimentellen Untersuchungen bei der Behandlung etwas eingeschränkt[1]), und das konnte ruhig geschehen, weil außer bei den Grenzkontinua kaum gesicherte und einwandfreie Theorien bestehen.

Drittens wurde aus den gleichen, oben angeführten Gründen die in den letzten Jahren wenig bearbeiteten Teile des gesamten Gebietes, vor allem die Gruppe der Temperatur- und Druckspektren, besonders ausführlich besprochen.

Das Bild, das dieser Bericht über die kontinuierlichen Gasspektren gibt, mußte leider ein durchaus uneinheitliches bleiben, weil, wie schon erwähnt, nur Untersuchungen einzelner Teilgebiete ohne jeden gegenseitigen Zusammenhang vorlagen.

Prinzipiell scheint die gesamte Frage gar nicht so schwierig: Kontinuierliche Spektren treten stets dann auf, wenn irgendwie ungequantelte Energie ausgestrahlt oder absorbiert wird, und wir haben beim Auftreten eines Kontinuums nur zu fragen, wo und warum gerade keine Quantelung vorliegt. Wir können dabei zwei Fälle unterscheiden:

1. Bei irgendwelchen Reaktionen, z. B. Vereinigung oder Trennung zweier Atome, Ionisation oder umgekehrt Anlagerung von Elektronen an Ionen und ähnlichen muß die vorhandene überschüssige oder die zu der Reaktion erforderliche Energie als kontinuierliches Spektrum emittiert oder absorbiert werden[2]). Beispiele für derartige echte kontinuierliche Spektren werden wir bald kennen lernen.

2. Ist bei inneratomaren oder innermolekularen Emissions- oder Absorptionsvorgängen das Anfangs- oder Endniveau oder beide nicht fest definiert, „gequantelt", so treten kontinuierliche Spektren auf. Ist insbesondere bei einem Molekül nur die Rotation ungequantelt, so wird uns jeder einzelnen Bande ein Kontinuum, und ein Bandenzug erscheint uns als bestehend aus einer Reihe kontinuierlicher, gleichmäßig nach einer Seite abschattierter Bänder, sind aber auch die die Stellung der einzelnen Banden festlegenden Kernschwingungszustände ungequantelt, so erscheint uns der ganze Bandenzug als einheitliches Kontinuum.

In diese beiden Klassen scheinen nicht hinein zu passen die kontinuierlichen Spektren, die von Gasen unter hohem Druck und bei sehr hohen Temperaturen ausgestrahlt werden. Trotzdem verdienen diese unser besonderes Interesse, weil sie bei der Klärung eines Problems mithelfen können, auf das kurz eingegangen sei.

Träger eines Linienspektrums ist ein Atom, Träger eines Bandenspektrums ein Molekül; das ist eine seit langem bekannte Tatsache, und die Atom- und Molekularphysik lehrt uns die Gesetze nach denen Emission und Absorption dieser Spektren vor sich geht, so daß wir über den Mechanismus dieser Vorgänge jedenfalls qualitativ gut unterrichtet sind. Nicht der Fall ist das bei einer andern Klasse von Spektren, die vielleicht deshalb nie mit den genannten zusammen erwähnt wird, nämlich den kontinuierlichen Spektren der glühenden festen Körper, deren Strahlung der des „schwarzen Strahlers" nahe verwandt ist. Das Gesetz, das, für den schwarzen Strahler genau und für die glühenden festen Körper angenähert geltend, Emission und Energieverteilung dieses Spektrums regelt, wurde von Planck auf rein statistischem Wege gefunden, ohne daß damit — wie bei den Gesetzen über Emission und Absorption der diskontinuierlichen Spektren — etwas über die zugrunde liegenden atomaren Vorgänge gesagt wäre; diese scheinen vielmehr noch völlig in Dunkel gehüllt. So wie aber grundsätzliche Unterschiede zwischen festen und gasförmigen Körpern nicht bestehen, so müssen auch Übergänge vorkommen zwischen den dem Planckschen Gesetz gehorchenden Spektren fester Körper und den diesem widersprechenden, ganz andern Gesetzen gehorchenden Gasspektren, und vielleicht können gerade diese Übergänge uns helfen, Klarheit über den Mechanismus der noch ungeklärten Strahlung zu gewinnen. Die theoretisch ebenfalls noch nicht gedeuteten kontinuierlichen Emissionsspektren der Fixsterne bilden einen solchen Übergangsfall.

1) Eine kurze Übersicht über die Theorien siehe Handb. d. Phys. Bd. XXI, Kap. 14 (R. Mecke).

2) Derartige Kontinua haben natürlich ein besonderes Interesse auch für die Chemie.

gelten doch nach den Untersuchungen der Astrophysiker auch im Innern der Sterne trotz der dort herrschenden hohen Drucke noch die idealen Gasgesetze, während die Intensitätsverteilung ihrer Spektren, wie wir sehen werden, schon weitgehend der eines festen glühenden Körpers ähnelt. Es ist nun sehr wahrscheinlich, daß wir in den experimentell untersuchten kontinuierlichen Temperatur- und Druckspektren einen weiteren solchen Übergang vor uns haben, wodurch dieser Gruppe eine größere Bedeutung zukäme, als man bisher glaubte.

Im folgenden werden nun, da eine bestimmte Reihenfolge der Behandlung der Erscheinungen durch innere Zusammenhänge nicht gegeben erscheint, zunächst die theoretisch im wesentlichen klaren Grenzspektren der Atome und Moleküle besprochen werden, daran anschließend die Prädissoziationsspektren, die kontinuierlichen Erscheinungen in den Spektren der Halogene, das Wasserstoffkontinuum, die Kontinua des Quecksilbers und der andern Metalldämpfe, die kontinuierlichen Spektren der Kometen und der Sonnenkorona und endlich die kontinuierlichen Temperatur- und Druckspektren.

Das Literaturverzeichnis am Schluß des Berichts ist alphabetisch geordnet; aus Gründen der Platzersparnis sind die Titel der Arbeiten nicht angegeben, dafür wurde aber der besseren Übersicht halber der untersuchte Gegenstand durch ein Stichwort in Klammern angegeben. Im Nachtrag zum Literaturverzeichnis sind einige versehentlich in dieses nicht aufgenommene ältere sowie die während der Drucklegung erschienenen neuesten Arbeiten aufgeführt.

2. Atom-Grenzkontinua.

Schon in seiner ersten, die moderne Atomphysik begründenden Arbeit (33) im Jahre 1913 wies Bohr darauf hin, daß sich an die Konvergenzstelle jeder Serie von Atomlinien ein Gebiet kontinuierlicher Emission bzw. Absorption anschließen müsse, und deutete auch gleich ein von Wood (296, 297) wenige Jahre vorher im Natriumspektrum gefundenes kurzes Kontinuum in dieser Weise.

Der Vorgang bei der Emission ist nach der anschaulichen Bohrschen Theorie folgender: Bei Übergängen eines Elektrons von verschieden hohen Energieniveaus auf ein niedrigeres werden die Energiedifferenzen beider Bahnen nach der bekannten Bohrschen Frequenzbedingung $Wa - We = h\nu$ als scharfe Spektrallinien emittiert, und die den Übergängen von sämtlichen höheren auf eine gemeinsame niedrigere Schale entsprechenden Spektrallinien bilden die Serie, die nach einer Grenze zu konvergiert. Die die Grenze selbst bildende Linie müßte also emittiert werden, wenn ein Elektron aus einer unendlich fernen Bahn auf das Grundniveau fällt. Bohr machte nun gleich darauf aufmerksam, daß ein solches Einfangen eines Elektrons durch ein positives Ion mit einiger Wahrscheinlichkeit nur dadurch zustande kommen kann, daß ein freies bewegtes Elektron zufällig in den Anziehungsbereich eines ionisierten Elektrons gerät und nun auf das entsprechende tiefe Niveau fällt[1]). Bei diesem Vorgang wird aber nicht nur die Energiedifferenz der unendlich fernen Bahn und der Endbahn ausgestrahlt, sondern diese Energie ist noch vermehrt um den Betrag an kinetischer Energie, den das bewegte Elektron im Augenblick seines Einfangens besaß. Die die Emission regelnde Gleichung lautet also jetzt

$$W \sim -We + \frac{1}{2} m v^2 = h \cdot \nu,$$

und da die Größe $\frac{1}{2} m v^2$ kontinuierlich veränderlich, also natürlich nicht gequantelt ist, wird sie auch in Form eines von der Grenze nach kürzeren Wellenlängen zu auftretenden Kontinuums ausgestrahlt. Da genau der umgekehrte Vorgang zu einem Grenzkontinuum in Absorption führt, folgt aus dieser einfachen Überlegung also, daß beim Einfangen eines Elektrons durch ein positives Ion ein Grenzkontinuum in Emission, bei Ionisation eines Atoms ein solches in Absorption auftreten wird.

Auf Grund der Bohrschen Vorstellungen wurde die exakte, formelmäßige Festlegung dieser Vorgänge in den folgenden Jahren von Debye (56), Epstein (69) und Ladenburg (161) durchgeführt, während nach den neuen wellen- und quantenmechanischen Methoden Born, Heisenberg und Jordan (40), Fues (89), Oppenheimer (215), Sugiura (268) sowie Epstein und Muskat (70) die Frage behandelt haben. Es stellte sich dabei heraus, daß die Intensität des Grenzkontinuums eine direkte Fortsetzung der abfallenden Intensitätskurve der Serie selbst darstellen muß. Sehr eindrucksvoll und schön ist die Darstellung des Grenzkontinuums nach den Methoden der Schrödingerschen Wellenmechanik, indem sich dabei ergibt, daß die das Wasserstoffproblem darstellende Schrödingersche Differentialgleichung nur für bestimmte, diskrete, negative Eigenwerte Lösungen besitzt, dagegen für jeden beliebigen positiven Eigenwert, wodurch sich klar die Tatsache ausdrückt, daß das Elektron sich nur auf bestimmten gequantelten Ellipsenbahnen, dagegen auf jeder beliebigen Hyperbelbahn bewegen kann.

1) Einzelheiten s. den ausführlichen Bericht von Seeliger (250).

Im Laboratorium beobachtet wurden Seriengrenzkontinua bis jetzt bei den Alkalien Natrium, Kalium und Cäsium, sowie beim Helium und Wasserstoff. Wood (296, 297), Harrison (106) und Trumpy (274) haben die *Na*-Seriengrenzkontinua in Absorption beobachtet, Holtsmark (125) die des *Na* und *K*, die beiden letzteren auch den kontinuierlichen Grenzübergang der Intensität, den die Theorie fordert, festgestellt. Mohler (190) konnte in einer besonders konstruierten Röhre die Grenzkontinua von *K* und *Cs* auch in Emission beobachten. Paschen (217) fand in der Glimmschicht im Innern einer zylindrischen Kathode bei nicht zu geringem Heliumdruck eine Verstärkung und Verbreiterung der letzten Serienlinien mit anschließendem Grenzkontinuum. Besonders auffallend war, daß Paschen hierbei eine aus der Astronomie schon längst bekannte Erscheinung bestätigen konnte, daß nämlich das Grenzkontinuum nicht genau an der Seriengrenze beginnt, sondern schon früher, daß also zwischen den letzten Linien schon deutlich ein kontinuierlicher Grund sichtbar ist. Die gleiche Erscheinung beobachtete Herzberg (116, 117, 118), dem es als erstem gelang, das an die Grenze der Balmerserie sich anschließende Grenzkontinuum durch sehr sorgfältiges Experimentieren in der elektrodenlosen Ringentladung in Emission zu erhalten. Seine in (118) reproduzierten Aufnahmen zeigen die Balmerserie bis zu sehr hohen Gliedern und sehr schön auch den stetigen Übergang der Intensität; auf der Photometerkurve ist das Übergreifen des Kontinuums über die Grenze sehr deutlich zu verfolgen. Eine eindeutige Erklärung der Erscheinung steht leider noch aus. Die Ansicht von Ornstein und Minnaert (216), daß der Effekt nur durch die Häufung der Linien, die immerhin eine merkliche Breite haben, vorgetäuscht sein könnte, darf bei Berücksichtigung der gesamten Beobachtungen als widerlegt gelten. Paschen und Herzberg stimmen darin überein, daß vermutlich in irgendeiner Form ein Starkeffekt, hervorgerufen durch Ionen wie auch neutrale Atome, an dem Effekt beteiligt sein muß, und namentlich Herzbergs Ansicht, nach der die beobachtete Linienverbreiterung durch den Starkeffekt der Atome, der kontinuierliche Grund zwischen den Linien dagegen durch einen Starkeffekt der Ionen hervorgerufen sein könnte, verdient als Arbeitshypothese Beachtung.

Es wurde schon erwähnt, daß das Wasserstoffgrenzkontinuum in der Astronomie eine besondere Rolle spielt. Schon lange vor der Entdeckung der Grenzkontinua im Laboratorium fand Evershed (76) anläßlich der Sonnenfinsternis im Jahre 1898 im Spektrum der Protuberanzen und der Chromosphäre ein bei 3668 A.E. beginnendes ins Ultraviolett reichendes Kontinuum in Emission, das er wegen seines scheinbaren Zusammenhanges mit den Balmerlinien richtig dem Wasserstoff zuschrieb, und stellte damit gleichzeitig als erster das Übergreifen des Grenzkontinuums über die bei 3647 A.E. liegende Seriengrenze fest. Zur selben Zeit berichten William und Lady Huggins in ihrem „Atlas of representative stellar spectra" (133) über die Tatsache, daß sich bei den Wasserstoffsternen an das Ende der in Absorption auftretenden Balmerserie ein meist schon bei 3700 A. E. beginnendes Gebiet kontinuierlicher Absorption anschließt, ein Effekt, der auf zahlreichen ihrer sehr schönen Aufnahmen ins Auge fällt. Erst zwanzig Jahre später machte Hartmann (111) erneut auf diese Erscheinung aufmerksam und gab damit den Anstoß zu weiterer Untersuchung und der Feststellung, daß man es hier wirklich mit dem Balmergrenzkontinuum zu tun hatte. Vor allem war es Wright (303—307), der die Frage eingehend untersuchte und nicht nur die früheren Beobachtungen an den *A*-Sternen und der Chromosphäre der Sonne bestätigte, sondern das Kontinuum in Emission schwach auch bei den meisten planetarischen Nebeln auffand, wo es bei 3652 A.E. kurz vor der Seriengrenze beginnt und sich sehr gleichmäßig bis weit ins Ultraviolett erstreckt, ein Zeichen dafür, daß in diesen sehr heißen Nebeln geringer Dichte Elektronen hoher Geschwindigkeit die Möglichkeit zur Wiedervereinigung geben. Bei den *A*-Sternen hat Ch'ing Sung Yü (48) die Grenzkontinua quantitativ untersucht, und zwar bei sämtlichen *A*-Sternen heller als vierter Größe. Mit der sehr genauen photometrischen Arbeit konnte er sämtliche hier mitgeteilten Beobachtungen — auf die Einzelheiten der Arbeit kann nicht eingegangen werden — exakt bestätigen. Auf Grund Eddingtonscher Anschauungen hat endlich Johnson (142, 143) theoretisch die Möglichkeiten des Auftretens kontinuierlicher Grenzspektren in Emission untersucht, indem er unter Berücksichtigung von Gravitation und Strahlungsdruck sowie elektrostatischen Kräften sehr ausführlich die Wahrscheinlichkeit einer Wiedervereinigung positiver Ionen mit schnell bewegten Elektronen in den äußeren Schichten von Sternen und besonders in planetarischen Nebeln diskutierte.

3. Molekül-Grenzkontinua und Prädissoziationsspektren.

Eine dem Atomgrenzkontinuum nahe verwandte Erscheinung tritt, gesichert allerdings nur in Absorption, auch bei Molekülspektren auf. Beim Atom erschien ein Grenzkontinuum, wie erinnerlich, in Absorption, wenn einem Elektron

im Atom durch ein Lichtquant ein Energiebetrag zugeführt wurde, der die Energie des höchstmöglichen Quantenzustands des Elektrons überstieg, das Elektron daher ganz aus dem Atomverband entfernte und so Ionisation herbeiführte.

Beim Zusammenstoß eines Lichtquants mit einem Molekül wird dessen Energie nun nicht nur in Elektronenenergie, wie beim Atom, sondern auch in Kernschwingungsenergie des Moleküls umgesetzt, und sobald der zugeführte Energiebetrag den Höchstwert der Kernschwingungsenergie des Moleküls überschreitet, muß diesmal Dissoziation des Moleküls in seine Atome oder bei komplizierten Molekülen in Atomkomplexe erfolgen. Der Überschuß der durch das Lichtquant zugeführten Energie über die Dissoziationsenergie wird dabei den auseinanderfliegenden Atomen als kinetische Energie mitgegeben und äußert sich durch ein an die Konvergenzstelle des Bandenzuges sich anschließendes Grenzkontinuum. Sobald aber ein solches Grenzkontinuum auftritt, ist die Bandenkonvergenzstelle selbst genau zu messen, und da deren Frequenz ν, multipliziert mit dem Planckschen Wirkungsquanten h, natürlich gleich der Dissoziationsenergie des Moleküls ist, haben wir hier eine schöne Methode zur exakten Bestimmung von Dissoziationsenergien, die häufig mit Erfolg angewendet wird. Da die Molekülgrenzkontinua im wesentlichen stets gleichartig sind, da sie ferner in den zusammenfassenden Darstellungen der Bandenspektren[1]) wegen ihrer eben dargelegten Bedeutung recht ausführlich beschrieben sind, können wir uns hier auf einige kurze Bemerkungen beschränken.

Dymond (67) und Franck (80) dürften wohl als erste die eben geschilderte, richtige Bedeutung der Bandengrenzkontinua erkannt haben. Letzterer unterschied aber bei Molekülen noch echte und unechte Bindung, und nahm an, daß die Dissoziation infolge übererregter Kernschwingung nur bei unecht gebundenen Molekülen vorkommen könne, bei denen die einzelnen Atome mit ihren Elektronen zusammen bleiben und die Bindung daher schwach ist. Bei echter Bindung dagegen, bei der alle Elektronen des Moleküls um eine gemeinsame Kerngruppe kreisen und durch die daher ein viel festeres Molekül bestimmt ist, sollte eine viel kompliziertere Dissoziation stattfinden. Doch Witmer (293) wies nach, daß auch Moleküle mit echter Bindung in der geschilderten Weise dissozieren könnten, wie denn überhaupt nach unserer jetzigen Kenntnis eine so krasse Unterscheidung nicht mehr am Platze sein dürfte. Von den vielen Fällen, in denen Molekülgrenzkontinua festgestellt worden sind, sollen hier nur die Beobachtungen von Birge und Sponer (25), Dieke und Hopfield (58) sowie Hopfield (127) erwähnt werden, die in den ultravioletten Absorptionsspektren von Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff die in der Gegend von 1000 A.E. liegenden Grenzkontinua auffanden, die die Dissoziation der im Grundzustand befindlichen Moleküle anzeigen.

Die Intensität der Molekülgrenzkontinua fällt im allgemeinen von der Bandenkonvergenzstelle zum Ende des Kontinuums hin gleichmäßig ab. Auf eine Ausnahme dieser Regel bei den Halogenen kommen wir in Abschn. 4 noch zu sprechen. Kürzlich hat nun Condon (312) auf rein theoretischem Wege gezeigt, daß unter besonderen Umständen auch eine wellenförmige Intensitätsverteilung möglich sein müßte, wenn nämlich beim Hinzutreten eines Elektronensprunges die Minima der in üblicher Weise gezeichneten Potentialkurven des Anfangs- und Endzustandes nicht übereinander liegen, sondern gegeneinander versetzt erscheinen. Ein gesicherter Fall Condonscher Intensitätsverteilung ist bisher nicht bekannt, da in Zweifelsfällen auch stets eine infolge Prädissoziation (s. unten!) verwaschene Kernschwingungsstruktur zur Erklärung herangezogen werden kann.

Wir haben bisher den meist auftretenden Fall behandelt, daß das Molekül bis an die „Zerreißgrenze", die Bandenkonvergenzstelle hin streng gequantelte Kernschwingungen und Rotationen ausführt und erst dann plötzlich unter Absorption des Kontinuums dissoziert.

Henri und seine Mitarbeiter haben nun aber in zahlreichen Arbeiten (112, 113, 114, 115, ferner Rosen: 241, 242) gezeigt, daß sowohl bei der Rotation wie bei der Kernschwingung ein Zustand vorkommen kann, den sie „Prädissoziation" nennen, und der einen Übergang von den streng gequantelten Zuständen zur Dissoziation darstellt. Bei diesen Prädissoziationsspektren erscheint zunächst nur die Rotation ungequantelt, d. h. die Rotationslinien jeder Bande werden immer diffuser, ja sie können geradezu verschwinden, so daß jede einzelne Bande nur als gleichmäßig abschattiertes, kontinuierliches Band erscheint. Man spricht dann wohl auch von diffusen Bandenspektren. Weiterhin kann dann auch noch die Kernschwingung selbst ihre scharfe Quantelung verlieren, so daß ein ganzer Bandenzug schließlich in ein einziges Kontinuum entarten kann. Für alle Einzelheiten dieser noch durchaus nicht aufgeklärten, mehr in das Gebiet der Bandenspektroskopie gehörigen Erscheinungen, von denen die von Bonhoeffer und Farkas (37) beschriebenen als gut gesichert

1) Handb. d. Phys. Bd. XXI, Kap. 12, Abschn. G (Mecke); ferner: R. Mecke, „Bandensp. u. ihre Bedeutung für d. Chemie", Berlin 1929, S. 48ff.

gelten können, muß auf die angeführten Originalarbeiten verwiesen werden.

4. Die Halogenkontinua.

Zu den sehr unbefriedigenden Kapiteln unseres Gebiets gehören die Spektren der Halogene, obwohl hier die Erscheinungen zunächst viel einfacher zu liegen scheinen als bei andern, später zu beschreibenden Gruppen.

Zu unterscheiden haben wir bei den Halogenen zwischen den zahlreichen Erscheinungen, die trotz mancher Schwierigkeiten unzweifelhaft in das Gebiet der Molekülgrenzkontinua gehören und auf die wir noch mit einem Wort zurückkommen wollen, und zwischen den kontinuierlichen Bändern, die mit den Grenzkontinua nichts zu tun haben. Diese eigentlichen Halogenkontinua, von Konen (156) 1898 zuerst beim Jod entdeckt, wurden später von Liveing (180), Franck und Wood (86), Mc. Lennan (172, 173), Wood und Meyer (301), und besonders Steubing (261, 262, 263) untersucht, während von den Arbeiten aus neuerer Zeit als besonders wichtig die von Gerlach und Gromann (97, 98, 99) sowie die von Oldenberg (207, 208, 209) erwähnt seien.

Nach diesen Untersuchungen existieren in jedem Halogenspektrum zwei Kontinua mit scharfer langwelliger Grenze, und zwar je ein kurzes Band von etwa 100 A.E. Ausdehnung und je ein schwächeres, breites, von einer scharfen Grenze aus über das schmale Band hinweg ins ferne Ultraviolett reichendes Kontinuum. Die Grenzen verschieben sich mit wachsender Ordnungszahl des Halogens nach längeren Wellen zu; ihre ungefähren Werte (nach 99) sind:

Cl	3180	2610—2500
Br	4200	2930—2800
J	4800	3460—3350

Gerlach und Gromann (97, 98, 99) haben diese auch von Ludlam und West (183) in Emission gefundenen Kontinua beim Jod näher untersucht und fanden, daß das langwellige Band im hochdissozierten Joddampf verschwindet, also sicher dem Molekül angehört, während das kurzwellige Band, das auch elektrisch anregbar ist, noch bei hohen Dissoziationsgraden bestehen blieb, ja auch dann noch an Intensität zunahm, als die Jodbanden verschwanden und bereits Bogen- und Funkenlinien auftraten. Der Einfachheit halber wollen wir die übrigen experimentellen Einzelheiten, soweit sie wesentlich sind, in der Reihenfolge besprechen, in der sie bei der Diskussion der Theorien gefunden wurden, und hier gleich mit der Deutung dieser Kontinua beginnen, wobei wegen der besonderen Deutungsschwierigkeiten auch die älteren, widerlegten Theorien mitbehandelt werden sollen. Die erste begründete Theorie stammt wohl von Franck (79), der 1921 folgerte, daß wegen einer Analogie zum Atomgrenzkontinuum bei den Halogenen besondere Kontinua auftreten müßten, für die er den Namen „Elektronenaffinitätsspektrum" prägte. Denn wie ein Atomgrenzkontinuum entsteht, wenn ein kinetische Energie besitzendes Elektron von einem positiven Atomion eingefangen wird, so muß ein ähnliches Kontinuum auftreten, wenn an ein elektrisch neutrales, aber elektronegatives Atom ein Elektron sich anlagert. Ebenso wie das Atomgrenzkontinuum muß dieses Elektronenaffinitätsspektrum eine langwellige Grenze haben, und Franck glaubte, daß das Jodkontinuum bei 4800 A.E. die gesuchte Erscheinung sei. Aber Gerlach und Gromann (98) wiesen darauf hin, daß dieser Ansicht mehrere Beobachtungstatsachen widersprächen, nämlich erstens die Tatsache, daß das Band bei 4800 A.E., wie schon erwähnt, im hochdissozierten Dampf verschwindet, während das Elektronenaffinitätsspektrum als dem Atom zugehörig dort sehr intensiv sein müßte, ferner daß dieses Kontinuum kein kurzes Band ist, wie das erwartet werden mußte, sondern ein sicher bis 2200 A.E. reichendes Kontinuum mit überlagerten diffusen Bandengruppen, deren erste gerade bei 4800 zu liegen und das Maximum zu bedingen scheint. Gerlach und Gromann deuten dagegen das Band 3460 A. E. auf Grund seiner erwähnten Eigenschaften als Elektronenaffinitätsspektrum und berechnen daraus die Elektronenaffinität des Jods zu 81,8 cal/Mol, ein Wert, der mit den nach ganz anderen Methoden gefundenen auffällig gut übereinstimmt. Doch in einer im bezug auf Experiment wie Diskussion gleich ausgezeichneten Arbeit weist Oldenberg (208) nach, daß auch das kurzwellige Band nicht als Elektronenaffinitätsspektrum gedeutet werden könne. Für die eingehende Begründung dieser Behauptung muß auf die Arbeit selbst verwiesen werden, erwähnt sei nur, daß Oldenberg in dem fraglichen Kontinuum, das sehr intensiv bei Fremdgaszusatz erscheint, unter bestimmten Bedingungen eine deutliche Kernschwingungsstruktur feststellte. Die Frage, bei welchem Prozeß denn das fragliche Kontinuum entstehen soll, glaubt Oldenberg beantworten zu können: es soll sich um das Vereinigungsspektrum handeln, das bei dem Vorgang

$$J^+ + J^- = J_2 + h \cdot \nu$$

auftritt. Die Beweisführung erscheint klar: Die Intensitätszunahme bei steigendem Dissoziationsgrad zeigt an, daß wenigstens der Anfangs- oder der Endzustand dem Atom angehören müssen,

die neu gefundene Struktur weist darauf hin, daß der andere Zustand dem Molekül, und zwar wegen der Größe der Kernschwingungsfrequenz ($\Delta\nu \sim 95\ cm^{-1}$) dem angeregten Molekül, zuzuschreiben ist. Aus der stetigen Intensitätsverteilung der langen Reihe von Kernschwingungsquanten schließt Oldenberg nun auf ein Wiedervereinigungsleuchten, und zwar kommt hier, wie nachgewiesen wird, nur der Vorgang $J^+ + J^- \rightarrow J_2$ in Frage, für den auch die beobachtete Kernschwingungsstruktur sich verstehen läßt. Auf alle Einzelheiten dieser ausdrücklich als „Versuch" bezeichneten Deutung kann nicht eingegangen werden. Erwähnt sei noch, daß Oldenberg die langwelligen Kontinua (4800 A.E. bei Jod) auf Druckverbreiterung von Banden zurückführen will. In grundsätzlich anderer Weise sucht Steubing (263) die kurzwelligen Halogenkontinua zu erklären; er denkt nämlich an eine Art von Zerfall und Regeneration des äußeren Elektronenrings unter dem Einfluß mechanischer und elektromagnetischer Kräfte, wobei die Lage der langwelligen Grenze gegeben sein soll durch die vom Rumpf auf die Schale ausgeübte Kraft.

Eine Entscheidung zwischen den verschiedenen Theorien ist z. Zt. noch nicht möglich, und die Kompliziertheit des Problems wird noch vergrößert durch eine Arbeit von Pringsheim und Rosen (227), die in der Jodfluoreszenz eine Reihe noch ungedeuteter Banden gefunden haben, die mit den kontinuierlichen Bändern in Zusammenhang zu stehen scheinen.

Noch kurz erwähnt werden muß eine eigenartige Erscheinung bei den Molekülgrenzkontinua der Halogene, die in Absorption namentlich von Kuhn (160) eingehend untersucht worden sind. Dieser fand dabei, daß die Intensitätsmaxima in den Spektren überraschend weit im Kontinuum liegen, und zwar beim Jod 400, beim Brom 900 und beim Chlor sogar 1400 A.E. von der Bandenkonvergenzstelle entfernt. Das bedeutet aber nichts anderes, als daß „in der Reihenfolge *J*, *Br*, *Cl* eine immer stärkere Übertragung von Schwingungsenergie bei Lichtanregung stattfindet" (160). Interessant ist ferner, daß bei den Halogenen — mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit jedenfalls — Molekülgrenzkontinua auch in Emission beobachtet worden sind, oder mit anderen Worten Rekombinationsspektren, die durch die Formel $X + X' = X_2 + h\nu$ darstellbar sind. In dieser Weise deuten nämlich Kondratjew und Leipunsky (154, 155) sowie Urey und Bates (275) die von ihnen in erhitzten Dämpfen und Flammen von Halogenen gefundenen kontinuierlichen Emissionsspektren, und auch ein von Siracusano (252) im Bromdampf bei elektrodenloser Ringentladung gefundenes Kontinuum kann wohl als Wiedervereinigungsspektrum gedeutet werden.

Ebenso wie die Spektren der Halogene selbst zeigen auch die der Halogenide in Absorption zahlreiche kontinuierliche Erscheinungen, die jedoch heute wohl sämtlich — trotz der abweichenden Ansicht von v. Angerer und Müller (12) — als Molekülgrenzkontinua angesprochen werden können. Die einzige Ausnahme scheint ein bei Bestrahlung eines Jod-Stickstoff-Gemischs mit ultraviolettem Licht auftretendes Kontinuum bei 5100 A.E. zu bilden. Dieses 200 A.E. breite, doppelt abschattierte kontinuierliche Band ist nach Oldenberg (208) als Photochemilumineszenzerscheinung anzusehen. Von den übrigen Halogenverbindungen, bei denen Kontinua beobachtet wurden, sind vor allem die Alkalihalogenide, die Halogenide der Metalle *Ag*, *Hg*, *Cd*, *Zn* und *Pb*, sowie die Halogenwasserstoffe zu nennen. Die Kontinua der Alkalihalogenide untersuchten zuerst A. Müller (197) und v. Angerer und A. Müller (12), die die Elektronenaffinität zur Erklärung der beobachteten Grenzen heranzogen. Franck, Kuhn und Rollefson (85), sowie Hogness und Franck (123) erklärten dann in der in Abschnitt 3 beschriebenen Weise die Kontinua als Anzeichen von Dissoziation infolge übererregter Kernschwingung und untersuchten alle Einzelheiten der Erscheinung. Nach dem der Wiedervereinigung entsprechenden Kontinuum in Emission suchte bei den Alkalihalogeniden Kondratjew (153) ohne Erfolg; es scheint eine statistische Wahrscheinlichkeit dafür zu sprechen, daß diese Rekombination strahlungslos vor sich geht.

Eingehend untersucht wurde die optische Dissoziation an den Silberhalogeniden von Franck und Kuhn (83, 84). Diese fanden neben der stets vorhandenen Bandenabsorption bei *AgJ* auch ein starkes, bei *AgBr* ein schwaches Kontinuum, während bei *AgCl* unter den gleichen Versuchsbedingungen kontinuierliche Absorption nicht mehr nachweisbar war. Nach den Untersuchungen von Franck und Kuhn entspricht dem Kontinuum die Dissoziation in ein normales Silber- und ein angeregtes Halogenatom, und da die Wahrscheinlichkeit des Elektronensprunges im Halogenatom vom Jod über Brom zum Chlor kleiner wird, ist die erwähnte abnehmende Intensität der entsprechenden Kontinua ohne weiteres verständlich. An den dreiatomigen Halogeniden $HgCl_2$, $HgBr_2$, HgJ_2, CdJ_2, ZnJ_2 und PbJ_2 hat Terenin (273) die Dissoziation bei Bestrahlung mit ultraviolettem Licht untersucht und schließt auf Dissoziation in ein normales Metallatom und ein angeregtes Halogenmolekül unter Absorption von Banden und Grenzkontinua. Bei den Halogenwasserstoffen endlich haben Bonhoeffer

und Steiner (38) bei *HJ* und Leifson (168) bei *HCl* im Ultraviolett liegende kontinuierliche Absorptionsspektren gefunden, und die Deutung von Bonhoeffer und Steiner als Zeichen primärer Dissoziation der Moleküle kann nach dem vorher Erwähnten wohl kaum in Zweifel gezogen werden, obwohl merkwürdigerweise die zu den Kontinua gehörigen Banden bisher nicht gefunden werden konnten. Wohl aber stimmt der aus der langwelligen Grenze des Kontinuums berechnete Wert der Dissoziationsenergie von *HJ* sehr schön.

Zusammenfassend kann über diesen Abschnitt also gesagt werden, daß die kontinuierlichen Erscheinungen in den Spektren der Halogenverbindungen weit besser bekannt sind als die der Halogene selbst, für deren endgültige Deutung ein experimentum crucis noch gefunden werden muß.

5. Das kontinuierliche Wasserstoffspektrum.

Unter allen kontinuierlichen Gasspektren nimmt das des ersten Elements im periodischen System, das des Wasserstoffs, eine Sonderstellung ein. Diese liegt nicht nur darin begründet, daß das kontinuierliche Wasserstoffspektrum zu den auffallendsten spektralen Erscheinungen in Geißlerröhren überhaupt gehört, sondern der Gedanke, durch eine einwandfreie Erklärung der merkwürdigen Erscheinung auch prinzipiell einen Schritt vorwärts zu kommen, hat wesentlich dazu beigetragen, daß gerade dieses Spektrum das Objekt zahlreicher experimenteller wie theoretischer Untersuchungen geworden ist. Absehen wollen wir in diesem Abschnitt natürlich von dem an die Grenze der Balmerserie sich anschließenden Kontinuum, dem in Abschnitt 2 schon ein breiter Raum gewidmet wurde, und wollen uns nur mit dem gewöhnlich als „Molekülkontinuum" bezeichneten Spektrum befassen, das, meist von etwa 5000 A.E., unter besonderen Bedingungen aber sogar vom rot bis ins ferne Ultraviolett reichend, bei nicht zu geringem Druck in allen wasserstoffgefüllten Spektralröhren auftritt.

Plücker und Hittorf (223) haben wohl als erste 1865 dieses Spektrum in Geißlerröhren bei über 60 mm Druck gefunden, Wüllner (308) bestätigt die Beobachtung und findet, daß dieses Kontinuum unterhalb 2 mm Druck verschwindet, daß aber unter 0,1 mm ein neues Kontinuum, bestehend aus fünf Feldern im Grünen, auftreten soll. Da Wüllner aber stets *Hg* in seinen Röhren gehabt hat — er stellte sich nach dem Barometerprinzip sein Vakuum her — darf auf diese Mitteilung wohl kein zu großes Gewicht gelegt werden. Himstedt und v. Dechend (121), Watson (285) sowie Wendt und Wetzel (286) beobachteten später das Kontinuum, worauf Stark (256) als erster nachweist, daß wirklich der Wasserstoff und nicht irgendeine Verunreinigung der Träger dieses vom Blaugrün bis zum Ultraviolett reichenden Kontinuums ist. Von Lau (165) wurde dieser Befund zwar später noch einmal in einer Mitteilung bestritten, nach der das Kontinuum in gut getrockneten Röhren nach längerem Betrieb nicht mehr auftreten sollte und daher nicht dem Wasserstoff angehören könne, doch Bay und Steiner (23), Herzberg (118) und Oldenberg (210) widerlegten Laus Beobachtung durch äußerst exakte Versuche, so daß an der Tatsache, daß der Wasserstoff Träger dieses Kontinuums ist, kein Zweifel mehr besteht. Daß das Spektrum sich mit fast gleicher Intensität bis ins äußerste Ultraviolett erstreckt und bei etwa 1680 A.E. genau an der Stelle verschwindet, wo das ultraviolette Bandenspektrum des Moleküls beginnt, fand Levis (175, 176) und bestätigte Hopfield (126), doch scheint der Tatsache des Abschneidens bei 1680 A.E. deshalb keine zu große Bedeutung beizumessen zu sein, weil die anschließenden dichten Banden eine weitere Beobachtung des Kontinuums, auch wenn es weiter bestände, verhindern würden. Stark (256) stellte weiter fest, daß das Kontinuum am intensivsten von langsamen Kathodenstrahlen (Geschwindigkeit kleiner als 15 Volt) angeregt wird, er entdeckte auch zusammen mit Görcke und Arndt (257) die merkwürdige, eine Erklärung fordernde Tatsache, daß im Spektrum von Wasserstoffkanalstrahlen ein starkes, von 3600 bis zum Ultraviolett reichendes Kontinuum mit einem von der Kathodenstrahlgeschwindigkeit unabhängigen Maximum bei 2400 A.E. auftritt, dagegen kein oder nur ein kaum feststellbares Kontinuum im Sichtbaren. Stark, Görcke und Arndt stellten weiter fest, daß Wasserstoffkanalstrahlen in Sauerstoff die gleiche Erscheinung zeigen, dagegen nicht Stickstoffkanalstrahlen in Wasserstoff. Die Bemerkung Starks, daß diesem ultravioletten Kanalstrahlenspektrum die auf den Wasserstoffsternen gefundenen Absorptionskontinua entsprächen, beruht auf einem Irrtum; auf den betreffenden Sternen haben wir es, wie in Abschnitt 2 schon gezeigt wurde, mit ausgesprochenen Balmergrenzkontinua zu tun. Die Frage, ob das Starksche Spektrum ein besonderes Kontinuum darstellt, oder ob bei Kanalstrahlanregung lediglich im sichtbaren Gebiet ein starkes Minimum auftritt, das Wasserstoffspektrum aber vom Grün bis zum äußersten Ultraviolett ein einheitliches Ganzes darstellt, wurde von Seeliger und Pommerrenig (251) untersucht, die an verschiedenen Stellen, und zwar bei 2480, 2770, 3190 und 3560 A.E. stets

ein gleiches Verhalten des Kontinuums bei Anregungsänderungen feststellten. Dieselben Forscher bestimmten das Anregungspotential des Kontinuums zu 13—15 Volt gegenüber 18 Volt für das Viellinienspektrum und 27—30 Volt für das Balmerspektrum. Eine genauere Bestimmung des Anregungspotentials durch Kaplan (146) ergab den Wert 11.6 Volt; Kaplan weist in seiner Arbeit gleichzeitig noch einmal auf die Einheit des Spektrums bis zu der scharfen Grenze bei 1680 A.E. hin. Von zahlreichen Forschern ist das Wasserstoffkontinuum seitdem in besonderen Arbeiten untersucht, wie auch bei Versuchen über die anderen Wasserstoffspektren mit beobachtet worden. Holm und Krüger (124), Weth (288), Wood (299), Richardson und Tanaka (239, 240), Merton und Barrat (187), Horton und Davies (129, 130), Carst (45), Lemon (169, 170) sowie Lau (164) haben Beobachtungen mitgeteilt, die im wesentlichen die besprochenen Ergebnisse bestätigen. Crew und Hulburt (52, 53), die die verschiedenen Anregungsbedingungen untersuchten, verglichen das Spektrum mit dem des Unterwasserfunkens (s. Abschn. 8!), Gehrcke und Lau (95, 96) bestätigten die Kathodenstrahlanregungsversuche Starks; Horton und Davies (130), untersuchten das Kontinuum nach der Elektronenstoßmethode, Freeman (88) untersuchte seine Reproduzierbarkeit und verglich es spektralphotometrisch mit einer Wolframfadenlampe, während Jezewsky (140) den Einfluß von *Hg*-Dampf beobachtete. Für die Experimentaltechnik waren die Arbeiten von Bay und Steiner (21, 23, 24) ein großer Fortschritt, in denen diese Mitteilungen über ganz neuartige, hochbelastbare Spektralröhren machen, die sich besonders gut zur Wasserstoffuntersuchung eignen. Oldenberg (210) stellte fest, daß Argonzusatz das Kontinuum auslöscht; das Starksche Kanalstrahlenkontinuum will er mit dem Grenzkontinuum identifizieren, weil das eigentliche Kontinuum stets einheitlich reagiert und daher das Minimum im Sichtbaren bei Kanalstrahlanregung nicht zu erklären wäre. Mit dieser Erklärung aber ist, worauf Herzberg (118) sehr richtig hinweist, die Intensitätsverteilung des Spektrums kaum zu vereinbaren. Takahashi und Hukumoto (270) untersuchten noch den Einfluß der Temperatur und fanden, daß Kühlung mit flüssiger Luft das Kontinuum gegenüber dem Viellinienspektrum und dem Balmergrenzkontinuum stärkt. Sehr eingehend werden alle Fragen des Wasserstoffkontinuums — auf die Theorien kommen wir noch zu sprechen — von Herzberg (116, 117, 118) untersucht und diskutiert. Herzberg beobachtet das Kontinuum in der elektrodenlosen Ringentladung und bestätigt die früheren Beobachtungen über sein Intensitätsverhalten bei Druckänderungen. Von der Balmerserie erscheint das Kontinuum in der Röhre stets räumlich möglichst getrennt; während ersteres und das Grenzkontinuum in der Mitte der Röhre vorherrschten, trat das Kontinuum intensiv am Rande auf. Doch auch vom Viellinienspektrum zeigt das Kontinuum in verschiedenen Fällen eine weitgehende Unabhängigkeit, wogegen es sich sehr ähnlich verhalten soll wie die Fulcherbanden, die unter Umständen mit ganz anderer Intensität auftreten, als das übrige Viellinienspektrum. Herzberg stellt weiter fest, daß sich das Kontinuum selbst doch nicht immer in allen Teilen so gleichartig verhält, wie früher oft behauptet, daß vielmehr unter gewissen Bedingungen ein Minimum im Sichtbaren auftreten kann, und daß es durchaus möglich wäre, daß dieses besonders bei Kanalstrahlanregung hervorträte. Dieses öfters beobachtete Minimum kann nach Herzberg keinesfalls durch eine Überlagerung des ultravioletten Teils durch das Grenzkontinuum erklärt werden, letzteres soll vielmehr bei Untersuchung des gewöhnlichen Kontinuums völlig zu vernachlässigen sein[1]). Mit einem andern Ergebnis als Herzberg untersucht Hiedemann (120) die Frage der Gleichheit der Anregungsbedingungen von Fulcherbanden und Kontinuum. Hiedemann beobachtet die Spektren in der positiven Säule und im negativen Glimmlicht einer Außenelektrodenröhre. Durch Variation der Anregungsbedingungen gelang es ihm, bei 2 mm Druck im Glimmlicht nur Balmer-, Fulcher- und restliches Viellinienspektrum ohne eine Spur des Kontinuums zu erhalten, während er unter etwas anderen Bedingungen in der positiven Säule nur Kontinuum und Balmerlinien ohne eine Spur der Fulcherbanden fand, womit also ein, wenn auch geringer Anregungsunterschied zwischen Kontinuum und Fulcherbanden nachgewiesen war, der für die Theorie nicht unberücksichtigt bleiben darf. In allerletzter Zeit hat Brasefield (42) bei Untersuchungen über das Viellinienspektrum noch eine interessante Beobachtung gemacht. In Übereinstimmung mit dem bekannten Befund, daß die Intensität des Kontinuums bei geringem Druck stark zurückgeht, konnte er bei 0,08 mm Druck kein Kontinuum mehr feststellen, dagegen erhielt er auf zwei Aufnahmen bei allergeringstem Druck — 0.0005 und 0.0001 mm — wieder ein kontinuierliches Spektrum, allerdings nur zwischen 4150 und

1) Anmerkung bei der Korrektur: In einer neuen Arbeit finden Chalonge und Ny Tsi Zé (314) jedoch, daß bei stark kondensierter Entladung der Einfluß des Balmergrenzkontinuums die Intensitätskurve des gesamten Wasserstoffkontinuums wesentlich beeinflussen kann.

5300 A.E. mit einem Maximum bei 4500—4800 A.E., das somit, weil es nicht ins Ultraviolett reicht, von dem Kontinuum bei höherem Druck grundsätzlich verschieden sein muß. In guter Übereinstimmung hiermit steht eine Beobachtung von Herzberg (117). Dieser fand, daß bei den niedrigsten Drucken, bei denen in seiner Röhre keine elektrodenlose Ringentladung mehr zustande kam, doch noch von der Mitte der Röhre Kathodenstrahlen ausgingen, deren Spektrum ein deutliches von H_β bis H_γ reichendes Kontinuum mit Maximum in der Mitte zeigt. Obwohl die von Brasefield angegebenen Grenzen gegenüber Herzbergs Befund nach beiden Seiten vorgeschoben sind, kann an der Identität beider Erscheinungen wohl kaum ein Zweifel sein. Ob auch das schon erwähnte, von Wüllner (308) bei Drucken „unter 0,1 mm" gefundene Kontinuum mit Strukturandeutung im Grünen hierher gehört, läßt sich bei der Unsicherheit seiner Versuchsbedingungen kaum entscheiden, doch dürfte es wahrscheinlicher auf Verunreinigungen zurückzuführen sein. Daß das Herzberg-Brasefieldsche Minimaldruckkontinuum sonst nicht öfter beobachtet worden ist, dürfte durch den äußerst geringen, dazu erforderlichen Druck und die dadurch bedingte geringe Lichtstärke zu erklären sein.

Bei der Besprechung der verschiedenen Hypothesen über den Ursprung des Wasserstoffmolekülkontinuums können wir uns, da nur wenig Gesichertes vorliegt, ziemlich kurz fassen. Eine gute Diskussion der älteren Deutungsversuche bringt Herzberg (118) in seiner schon öfter erwähnten Arbeit. Nachdem zunächst Franck (79) die Möglichkeit erwähnt hatte, das Kontinuum als Elektronenaffinitätsspektrum (s. Abschnitt 4!) anzusehen, stellten Schüler und Wolf (247, 248) die Hypothese auf, daß bei Wiedervereinigung neutraler Atome unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes das Kontinuum entstehen sollte. Da das Kontinuum aber über die von dieser Theorie geforderte langwellige Grenze bei 4800 A.E. hinausreicht, mußte zur Erklärung des langwelligen Teils wieder das Elektronenaffinitätsspektrum herangezogen werden. Auf Grund seiner Anregungsversuche kann Herzberg (118) in einleuchtender Weise experimentell diese Hypothese widerlegen. Auch die von Takahashi (269) aufgestellte modifizierte Hypothese, nach der das Kontinuum bei Rekombination eines angeregten und eines normalen Atoms entstehen soll, läßt sich jetzt kaum mehr aufrecht erhalten. In entgegengesetzter Weise wie die bisher erwähnten Forscher suchten Blacket und Franck (26) das Kontinuum zu erklären, nämlich als Zerfallsleuchten angeregter Moleküle, die bei diesem Vorgang in normale Atome dissozieren sollen. Auch gegen diese Hypothese bringt Herzberg schwerwiegende Gegengründe. Herzberg selbst nahm auf Grund seiner Untersuchungen an, daß H_2^+-Ionen an der Emission beteiligt seien, die vielleicht nach der von Dorsch und Kallmann (60) vorgeschlagenen Formel $H_2^+ + H_2 = H_3^+ + H$ stattfinden könnte. Doch auch gegen diese Hypothese sprechen verschiedene Gründe, die z. T. in der erwähnten Arbeit von Hiedemann (120) angeführt sind.

In durchaus neuartiger Weise haben kürzlich Winans und Stueckelberg (292) das Wasserstoffkontinuum zu erklären versucht. Auf Grund theoretischer Überlegungen hatten Heitler und London berechnet, daß das Wasserstoffmolekül außer dem bekannten 1^1S-Grundterm auch noch einen 1^3S-Grundterm besitzen müsse, dessen Potentialkurve aber kein Minimum zeigt und der folglich unstabil ist. Winans und Stueckelberg (292) stellen nun die Hypothese auf, daß das Kontinuum bei Energieübergang von den höheren, gequantelten Triplett-Termen des Wasserstoffmoleküls zu diesem ungequantelten Triplett-$1S$-Term emittiert werde. Wenn auch diese neue Theorie noch eingehender Prüfung besonders hinsichtlich des Intensitätsverhaltens des Kontinuums bedarf, so stellt sie doch zweifellos einen sehr interessanten Deutungsversuch dar, gegen den bisher stichhaltige Gegenargumente nicht vorgebracht werden konnten.

In Anlehnung an diese Theorie von Winans und Stueckelberg (292) schlägt nun Brasefield (42) vor, auch das Minimaldruck-Kontinuum, das er auf Grund der Anregungsbedingungen dem H_2^+-Ion zuschreibt, durch einen analogen Übergang im H_2^+-Ion zu erklären, so daß wir es hier mit einem direkten Parallelfall zum großen Wasserstoffkontinuum zu tun hätten.

6. Die Quecksilberspektren.

Eine Sonderstellung unter den kontinuierlichen Spektren nimmt als Vertreter der Metalldämpfe das Quecksilber ein. Seine eingehende Untersuchung verdankt es wohl hauptsächlich der Tatsache, daß es infolge seines niedrigen Siedepunktes von allen Metallen zum Experimentieren das geeignetste ist, und ohne allzusehr zu verallgemeinern, kann man wohl auch für die andern Metalldämpfe Erscheinungen erwarten, die von denen des Quecksilbers nicht grundsätzlich verschieden sind. Anzeichen dafür sind auch bereits vorhanden.

Die spektralen Erscheinungen im Quecksilberdampf, die im Rahmen dieses Berichts besprochen werden müssen, sind so zahlreich und verworren, daß der besseren Übersicht halber zunächst die einzelnen Kontinua und verwaschenen Banden-

gruppen aufgezählt seien. Die einzelnen Erscheinungen sind:

1. Ein breites Kontinuum im sichtbaren Gebiet mit Maximum bei 4850 A.E.;

2. ein ähnliches, doch nicht so ausgedehntes Kontinuum im nahen Ultraviolett mit Maximum bei 3300 A.E.;

3. ein schwacher Bandenzug im Gebiet 3100—2600 A.E., an den sich anscheinend anschließt

4. ein Kontinuum mit Maximum bei 2650 A.E.;

5. ein Kontinuum mit scharfer Kante bei 2540, nach längeren Wellen zu abschattiert;

6. ein ganz schmales Kontinuum beiderseits der Resonanzlinie 2537 A.E.;

7. ein schwacher, nur in Emission erscheinender Bandenzug 2482—2476 A.E.;

8. ein kräftiger Bandenzug zwischen 2350 und 2026 A.E., in Emission keine Struktur zeigend, wohl aber in Absorption; ferner diesem überlagert, aber wahrscheinlich von ihm unabhängig,

9. eine schmale Bande bei der *Hg*-Linie 2345 A.E.;

10. ein Kontinuum bei 1850 A.E.

Die angegebenen Grenzen sind, besonders bei den ausgedehnteren Gebilden, nicht als starr anzusehen, verändern sich vielmehr je nach der Art der Anregung zum Teil recht erheblich.

Die ersten Beobachtungen über Quecksilberkontinua stammen aus dem Jahre 1890, in dem Warburg (284) in der positiven Säule einer Geißlerröhre das Kontinuum Nr. 1 entdeckte, das im folgenden Jahr von Hartley (107) auch in der Quecksilberfluoreszenz festgestellt wurde. Beobachtungen, die in den folgenden Jahren von E. Wiedemann und G. C. Schmidt (290), Kalähne (145) sowie Hagenbach und Konen (102) bestätigt wurden. Stark (255) fand 1905, daß auch im Ultraviolett noch Kontinua vorkommen und dürfte somit jedenfalls der Entdecker des Kontinuums Nr. 2 sein. In den nächsten Jahren beschäftigten sich nur Wood (295) und Steubing (260) mit dem Quecksilber, bis Landau und Piwnikiewicz (163) 1913 und später letzterer allein (221) die Röntgenfluoreszenz untersuchten, Stark und Wendt (258, 259) in einem Entladungsrohr bei geringem Druck die Kontinua 1, 2, 3, 4, 7 und 8 feststellten und gesondert die beiden merkwürdigen Kontinua 5 und 9 untersuchten, Mc. Lennan und Edwards (174) die Kontinua 6, 8 und 10 in Absorption fanden und endlich Phillips (218) die recht lange Lebensdauer der für die Emission der Kontinua in Frage kommenden Zustände maß. Erst zu Beginn dieses Jahrzehnts dagegen wuchs plötzlich das Interesse für dieses rätselhafte Spektrum und äußerte sich in einer wahren Hochflut von Arbeiten (s. Literaturverzeichnis!), die auch jetzt noch nicht abzuklingen scheint. Da es angesichts dieser Sachlage ausgeschlossen erscheint, alle interessanten neueren Arbeiten zu besprechen, sei hier eingehend der Stand der Untersuchungen dargelegt, wie er vor etwa einem Jahr war, worauf wir an Hand einiger ganz neuer Arbeiten auch in der Frage der Deutung der Erscheinungen bis zum augenblicklichen Stand unseres Wissens vordringen wollen.

Zu beobachten sind die kontinuierlichen Spektren des Quecksilbers in Emission wie größtenteils auch in Absorption unter allen nur möglichen Bedingungen der elektrischen Anregung, ferner in Fluoreszenz angeregt durch irgendeine kräftig kurzwellig emittierende Lichtquelle, weiter, wie schon erwähnt wurde, als Röntgenfluoreszenz, ja nach Duffieux (65) auch reibungselektrisch erregt durch Schütteln einer erhitzten *Hg*-Röhre. Gute Aufnahmen der verschiedenen kontinuierlichen Spektren, die ein Bild der komplizierten Erscheinungen bieten, sind besonders in den Arbeiten von Lord Rayleigh (231, 233, 234, 235) und Mrozowski (194, 196) reproduziert. Die verschiedenen Kontinua reagieren auf Änderung der Anregungsbedingungen sehr fein, so daß es auch nicht schwer ist, die ganzen Erscheinungen Nr. 1 bis 9 in ein einziges Kontinuum mit kurzwelliger Grenze bei 2540 A.E. zusammenfließen zu lassen, wie dies Child (46, 47) und Volkringer (279), letzterer bei einer photometrischen Untersuchung, in heißem *Hg*-Dampf beobachtet haben. Die Feststellung der letzteren, daß das Maximum dieses Gesamtkontinuums bei 5120 A.E. ungefähr gleich der doppelten Wellenlänge der Resonanzlinie 2537 sei, beruht jedenfalls auf einem Zufall, denn daß es sich bei den einzelnen Teilen des Spektrums um auch dem Ursprung nach verschiedene Kontinua handelt, haben Lord Rayleigh (232, 233), der überhaupt viel zu unserer heutigen Kenntnis der Erscheinungen beigetragen hat, und nach ihm Volkringer (282) durch die Beobachtung zeigen können, daß beim Erhitzen von fluoreszierendem Quecksilberdampf die einzelnen Kontinua ganz verschieden reagierten; das Kontinuum Nr. 1 wurde völlig ausgelöscht, während nur die Nr. 2 und 5 ganz ungeschwächt blieben.

Über die einzelnen Kontinua dürfte jetzt etwa Folgendes bekannt sein:

Das große sichtbare Kontinuum Nr. 1 erscheint stets als breites leuchtendes Band, dessen Intensität von dem bei 4850 A.E. liegenden Maximum gleichmäßig nach beiden Seiten zu abnimmt. Es dehnt sich mit beiderseits veränderlichen Grenzen je nach den Anregungsbedingungen über 1000—2000 A.E. aus. Eine Struktur ist nicht festgestellt worden, so daß es sich zweifellos um ein echtes Kontinuum handelt. Es

entsteht besonders schön in Fluoreszenz im frisch destillierenden *Hg*-Dampf, doch ist dies nicht, wie van der Lingen und Wood (178) geglaubt hatten, eine notwendige Bedingung für sein Erscheinen, was Niewodniczanski (203, 204, 205) nachwies. Seine Anregungsspannung ist nach Child (46, 47) kleiner als 7 Volt, also wesentlich kleiner als die Ionisierungsspannung des Moleküls, was für die Deutung von Wichtigkeit ist. Das Kontinuum tritt bei jeder Art von Anregung auf, auch im Nachleuchten eines angeregten Dampfstrahls, und zwar ohne die Resonanzlinie 2537 A.E. (233, 237), ebenso in der Röntgenlumineszenz zusammen mit dem Kontinuum Nr. 2 (179, 195, 221), aber ohne die noch weiter im Ultraviolett gelegenen. Daß es beim Erhitzen verschwindet (232, 233, 282), wurde schon erwähnt, wichtig ist aber für die spätere Deutung noch die von Pienkowski (219) und Pringsheim und Terenin (228) gefundene Tatsache, daß es nicht in Absorption auftritt.

Das im nahen Ultraviolett gelegene Kontinuum Nr. 2 ähnelt in seiner Erscheinung sehr dem eben besprochenen, ist nur nicht so hell und erstreckt sich nur über etwa 500 A.E. mit einem Maximum bei 3300 A.E. Mit dem sichtbaren Kontinuum hat es gemeinsam, daß es im Nachleuchten auftritt (233, 237), daß es durch Röntgenstrahlen erregt wird (232, 233, 282) und daß es gleichfalls nicht in Absorption erscheint (219, 228). Ein etwas verschiedenes Verhalten dagegen fand bei Fluoreszenzanregung mit dem *Al*-Funken Niewodniczanski (206), während als bedeutungsvollster Unterschied gegenüber dem sichtbaren Kontinuum Nr. 1 festzustellen ist, daß es beim Erhitzen nicht verschwindet (232, 233, 282). Interessant ist endlich noch, daß nach Rayleigh (236) bei Anregung mit *Ni*-Linien, deren Wellenlängen größer als 3360 A.E. sind, das ganze Kontinuum 3130—3650 in Fluoreszenz erscheint, also auch ein „antistokesscher" Teil.

Der schwache Bandenzug Nr. 3 von 2600—3100 A.E. ist von Rayleigh (234) genauer untersucht worden mit dem Erfolg, daß er trotz seines diffusen Aussehens eine Folge von Kernschwingungszuständen mit abnehmendem Abstand (von 250 cm^{-1} auf 46 cm^{-1}) feststellen konnte, die wahrscheinlich in ein echtes Kontinuum (Molekülgrenzkontinuum) übergehen. Überraschend ist hierbei die Größe der Kernschwingungsfrequenzen, die für ein Hg_2-Molekül (s. unten!) zu groß erscheinen, so daß der Bandenzug möglicherweise doch einer *Hg*-Verbindung zuzuordnen ist.

Das schwache Kontinuum Nr. 4 mit Maximum bei 2650 A.E. findet Rayleigh (234, 235) im Nachleuchten; eine schwache, wellenförmige Struktur scheint angedeutet. Ob das Kontinuum wirklich als Sondergebilde zu betrachten ist oder zu dem Bandenzug Nr. 3 gehört, läßt sich noch nicht sicher entscheiden.

Das kontinuierliche Band Nr. 5 ist verschiedentlich wegen seines scheinbaren Zusammenhangs mit der Resonanzlinie 2536,7 A.E. untersucht worden. Es beginnt mit scharfer Grenze bei 2539,4 A.E. und erstreckt sich je nach Anregung mehr oder weniger weit in den langwelligen Teil des Spektrums. Körnicke (158) fand es bei 10 Atm. Druck in Absorption in einer Ausdehnung von 500 A.E., während es sonst wesentlich kürzer ist. Stark und Wendt (259) untersuchten als erste den Zusammenhang des Kontinuums mit der Resonanzlinie und fanden ein unabhängiges Verhalten, das durch Beobachtungen von Rayleigh (235) bestätigt wurde, der bei Fluoreszenzanregung mit dem kontinuierlichen Wasserstoffspektrum das Kontinuum ohne die Resonanzlinie erhielt. Der gleiche Forscher stellte noch fest (230), daß das Band auch phosphoreszieren kann.

Sicherlich unabhängig von dem soeben besprochenen Band ist das schmale Kontinuum Nr. 6, das beiderseits der Resonanzlinie 2536,7 als eine Art von Hof auftritt. Nach Rayleigh (234) erscheint es auch im Nachleuchten und bleibt beim Erhitzen völlig ungeändert, was von Volkringer (282) bestätigt wird.

Lord Rayleigh war es auch (235), der den kurzen Bandenzug Nr. 7, der nur in Emission erscheint, untersuchte und auch in ihm eine deutliche Struktur feststellen konnte, was früher nicht gelungen war.

Der ausgedehnte kontinuierliche Bandenzug Nr. 8, der von 2350 bis etwa 2000 A.E. reicht, ist noch durchaus nicht geklärt. Rayleigh (234) findet in einem Teil Bandenstruktur mit Kernschwingungsdifferenzen von etwa 18 cm^{-1} angedeutet, worauf von 2270 A.E. an an diesen Bandenzug ein echtes Kontinuum bis etwa 2000 sich anschließen soll, wodurch ein rätselhaft erscheinender, aber wohl zufälliger Zusammenhang mit der „verbotenen" *Hg*-Linie 2270 A.E. angedeutet ist. Vielleicht könnte für die richtige Deutung von Wert sein die Beobachtung von Niewodniczanski (206), daß bei Wasserstoffzusatz zum fluoreszierenden Quecksilberdampf alle Linien und Kontinua geschwächt werden außer der Nr. 8.

Diesem Bandenzug überlagert, aber wahrscheinlich ohne Zusammenhang mit ihm ist der schwache kontinuierliche Bandenzug Nr. 9, der sich dicht an die *Hg*-Linie 2345 anschließt und deshalb oft mit dem Kontinuum Nr. 5 nahe der Resonanzlinie 2537 verglichen wird. Wie bei letzterem stellten Stark und Wendt (259) die Unabhängigkeit des Konti-

nuums von der Linie fest. Das Kontinuum, das nach Rayleigh (235) in Emission auch bei hoher Auflösung keine Struktur aufweist, zeigt solche nach demselben Forscher sowie Mc. Lennan und Edwards (174) deutlich in Absorption, wo Schwingungsdifferenzen von etwa 7 cm^{-1} aufzutreten scheinen. Nach Rayleigh (234) tritt das Kontinuum auch im Nachleuchten auf, beim Erhitzen wird es geschwächt, dagegen nicht ausgelöscht.

Die Bande Nr. 10 wurde von Mc. Lennan und Edwards (174) als streng symmetrisch mit Maximum bei 1849.6 festgestellt, in Fluoreszenz tritt sie nach Niewodniczanski (206) nicht auf, wogegen Schmidt (246) im Spektrum einer ungekühlten Quecksilberlampe an seiner Stelle ein von 1840—2000 A.E. reichendes Kontinuum gefunden hat.

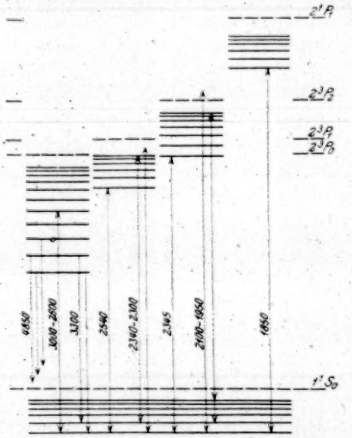
Für die Deutung der gesamten besprochenen Erscheinungen war die Erkenntnis wichtig, daß als Träger allein das Quecksilber und nicht noch irgendwelche Verunreinigungen (eine Ausnahme bildet Nr. 3!) in Frage kamen, und da lag dann naturgemäß der Gedanke an das Hg_2-Molekül am nächsten, wenn es auch nicht an anderen Deutungsversuchen — erwähnt seien hier die von Balasse (16), Stark und Wendt (258) sowie Dawson und Crew (55) — gefehlt hat. Da das Hg_2-Molekül infolge seines hohen Molekulargewichtes auch ein großes Trägheitsmoment besitzen muß, ist die Unauflösbarkeit der Rotationsstruktur auch in den echten Bandenzügen sowie die geringe Größe der Kernschwingungen ohne Schwierigkeit verständlich. Franck und Grotrian (81, 82) haben denn auch als erste den Gedanken der Zuordnung der Banden zum Hg_2-Molekül ausgesprochen, und sie sahen besonders in der Tatsache, daß verschiedentlich Banden in nächster Nähe von Quecksilberlinien auftreten, eine gute Stütze ihrer Ansicht, weil bei der von ihnen angenommenen nur schwachen Bindung zwischen den beiden Atomen die Elektronensprünge fast ungeändert bleiben müssen und dadurch Erscheinungen hervorgerufen werden, die den beobachteten gut entsprechen. Schwierigkeiten bei der Deutung machten dagegen die beiden großen Kontinua Nr. 1 und 2. Das kleine Rayleighsche, als Hof der Linie 2537 auftretende Kontinuum Nr. 6 gehört gleichfalls nicht direkt dem Molekül an, sondern verdankt seine Existenz einem Zusammenwirken von Stoß und Strahlung, wie wir es gleich bei Besprechung der Quecksilberedelgasbanden noch genauer kennen lernen werden.

Einen entscheidenden Fortschritt in der Frage der Deutung der Quecksilberspektren brachten bei etwa dem hier geschilderten Stand der Dinge die Untersuchungen von Mrozowski (194, 195, 196). In sehr schöner, systematischer Weise hat dieser besonders in zwei Arbeiten (194, 196) die Quecksilberspektren behandelt und durch zielbewußte, aus seinen Deutungsversuchen abgeleitete Experimente manche Klarheit gebracht. Für alle Einzelheiten muß auf die reichhaltigen Arbeiten selbst verwiesen werden, da hier nur kurz ihre Ergebnisse gebracht werden können. Von Wichtigkeit ist zunächst eine eingehende Besprechung des Einflusses der Reabsorption, die besonders bei hohen Temperaturen eine Rolle spielt und manche eigenartige Unterschiede zwischen Emissions- und Absorptionsbändern zu erklären vermag. Eine Fülle interessanter Einzelheiten erwähnt Mrozowski bei seinen Beobachtungen über das Überhitzen des Hg-Dampfes und seine Wirkung auf die verschiedenen Kontinua, über den Einfluß von Fremdgaszusatz auf die Kontinua 1 und 2, und ganz besonders endlich bei den Untersuchungen über den Einfluß der „Heftigkeit" und der Zahl der Stöße auf die genannten kontinuierlichen Spektren. Die Ergebnisse dieser Beobachtungen führen ihn zu dem Schluß, daß die Kontinua Nr. 1 und 2 denselben Träger haben, daß aber das bei 3300 A.E. liegende Nr. 2 durch spontane Emission entsteht, während das große sichtbare Kontinuum Nr. 1 nur durch Stöße zweiter Art angeregt werden soll; auf letzteres deutet wesentlich auch sein Intensitätsanstieg proportional der dritten Potenz des Druckes bei konstanter Temperatur hin.

Eine Neubestimmung der Dissoziationsenergie des Hg_2-Moleküls auf Grund einer modifizierten Carelli-Pringsheimschen Methode führt Mrozowski auf den Wert 17 kcal/Mol, einen viel größeren, als früher (158) angenommen, der aber mit den aus den Konvergenzstellen der Bandenzüge berechneten bei richtiger Deutung in leidlich guter Übereinstimmung ist. Mrozowski versucht nun auf Grund aller bekannter Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen eine Zuordnung der verschiedenen Kontinua zu Atomzuständen des Hg-Atoms, wobei diese so gedacht sind, daß bei Dissoziation infolge übersteigerter Kernschwingung das Molekül in ein normales Atom und ein im fraglichen Zustand angeregtes dissozieren soll. Das Ergebnis dieser Zuordnung, für deren Einzelheiten wieder auf die Originalarbeit verwiesen werden muß, bringt die der Arbeit entnommene Figur, die wohl ohne weitere Erklärung verständlich ist. Daß aber auch dieser Deutung noch große Schwierigkeiten im Weg stehen, darf nicht unerwähnt bleiben.

Noch einer Sondererscheinung aus dem Gebiet der Quecksilberspektren müssen wir unsere Beachtung schenken, den sog. Quecksilber-

edelgasbanden, deren Kenntnis wir — neben einer Notiz von Moore (193) — drei ausführlichen Arbeiten von Oldenberg (211, 212, 213) verdanken. Leider müssen wir auch hier wieder feststellen, daß unsere Kenntnis der zugrunde liegenden Vorgänge noch eine sehr geringe ist.



Mit seinen Arbeiten wollte Oldenberg prüfen, ob bei der Anregung eines Atoms zwei verschiedene Energiemodifikationen zusammenwirken können, z. B. Elektronenenergie und die bei einem Stoß freiwerdende kinetische Energie eines Lichtquants; oder umgekehrt, ob sich die Anregungsenergie eines Atoms zum Teil in kinetische Energie, zum Teil in Strahlungsenergie umsetzen kann. Oldenberg suchte deshalb im *Hg*-Fluoreszenzspektrum, das er durch die Linie 2537 in einer Röhre mit $^1/_{1000}$ mm *Hg*-Dampf und Atmosphärendruck Fremdgas erregte, nach kontinuierlichen Spektren beiderseits der Resonanzlinie selbst. In der Tat fand er bei Heliumfüllung um die Linie 2537 herum eine Art von Hof, der, beiderseits abschattiert, von 2519—2570 A.E. reichte und sich mit steigender Temperatur, mit der die Stoßwahrscheinlichkeit steigt, ausdehnte. Struktur konnte nicht beobachtet werden. Neben Stickstoff gab Neon dieselbe Erscheinung, während Wasserstoff und Sauerstoff jede *Hg*-Fluoreszenz auslöschten. Bei Argon als Fremdgas erschien im Kontinuum ein Minimum bei 2528 A.E., bei Krypton ein solches bei 2530 und ein schwächeres bei 2534. In seiner letzten eingehenden Untersuchung glaubt Oldenberg (213) nun bei $Hg + Ar$ und $Hg + Kr$ Kernschwingungsstruktur mit langwelligen Konvergenzstellen gefunden zu haben, während $Hg + He$ und $Hg + Ne$ streng kontinuierliche Spektren lieferten. Interessant ist noch, daß die Fluoreszenz nur durch den innersten Teil der Linie 2537 angeregt wird, was Oldenberg dadurch zeigte, daß er bei Verwendung einer ungekühlten *Hg*-Lampe, in der die Linie 2537 in Selbstumkehr auftritt, keine Fluoreszenz erhielt.

Zur Erklärung der unterschiedlichen Erscheinungen bei den verschiedenen Fremdgasen nimmt Oldenberg an, daß bei dem Quecksilberatom und den leichten Atomen *He* und *Ne* nur das gesuchte Zusammenwirken der Energie auftritt (daher streng kontinuierliches Spektrum!), während zwischen dem *Hg*-Atom und den schwereren Atomen *Ar* und *Kr* bei dem Stoß schwache Molekülbildung (daher Kernschwingungsstruktur im Kontinuum!) stattfinden soll, bewirkt durch die optisch meßbare Polarisation, die das Edelgasatom im elektrischen Feld des *Hg*-Atoms erleidet. Als Dissoziationsenergie dieser hypothetischen Quecksilberedelgasmoleküle rechnet Oldenberg den sehr kleinen Betrag von 0,025—0,035 Volt aus. Abgesehen davon, daß die wellenförmige Struktur der Kontinua, wie der Verf. selbst erwähnt, nach der Condonschen Theorie (312, s. Abschn. 3!) auch bei echten Kontinua auftreten kann, scheint dem Verf. dieses Berichts, daß eine Nachbemerkung Oldenbergs selbst neue Schwierigkeiten bringt. Nach seiner Theorie der Quecksilberedelgasbindung müßte man nämlich für das schwerste Edelgas Xenon ein sehr gut ausgebildetes Kontinuum mit deutlicher Kernschwingungsstruktur erwarten, statt dessen findet Oldenberg aber nur ein kurzes kontinuierliches Band ohne jede Struktur. Diese Beobachtung zeigt zum mindesten, daß wir bei dem behandelten Problem über das Stadium der Arbeitshypothese noch nicht hinaus sind. Für eine endgültige Deutung der Oldenbergschen Experimente kann noch die Beobachtung von Wichtigkeit sein, daß sich die kurzwelligen Grenzen der Kontinua mit wachsender Ordnungszahl des benutzten Edelgases nach kürzeren Wellen zu verschieben, und zwar sind diese Grenzen:

Helium	2532 A.E.
Neon	2526 „
Argon	2523 „
Krypton	2520 „
Xenon	2513 „

Schon zu Beginn dieses Abschnittes wurde erwähnt, daß das Quecksilberspektrum wohl kaum als Ausnahmefall, sondern als der am besten bekannte Vertreter der Metalldampfkontinua aufzufassen sein wird. In der Tat liegen auch schon von alters her Beobachtungen über andere Metalle vor, die jedoch im Vergleich zum Quecksilber noch ziemlich spärlich sind und deshalb

etwas kurz behandelt werden sollen. Die alten Beobachtungen über Flammenkontinua der Alkalien werden in Abschnitt 8 behandelt werden. Daß *Na* und *K* auch im Fluoreszenzspektrum sowie im Elektrolumineszenzspektrum kontinuierliche Bänder im Sichtbaren zeigen, berichten E. Wiedemann und G. C. Schmidt (289). Newman (199, 200) findet bei einer Bogenentladung zwischen Elektroden aus einer *Na-K*-Legierung in einer evakuierten Quarzröhre zwei Kontinua bei 4040—4750 A.E. sowie 5500—6800, die von Druck und Temperatur abhängig und wahrscheinlich als kontinuierliche Banden aufzufassen sind. Mehrfach untersucht sind noch die beiden dem Quecksilber verwandten Metalle Cadmium und Zink. Ein von 4600 bis zum Ultraviolett reichendes Zinkdampfkontinuum fand Volkringer (281) in der elektrodenlosen Ringentladung neben Bogen- und Funkenlinien, während Winans (291) Fluoreszenz und Absorption eines *Hg-Zn*-Dampfgemisches untersucht und ein von 2050 A.E. nach kürzeren Wellen zu reichendes Kontinuum entdeckte, das von 1860 A.E. an besonders intensiv war. Die ersten Beobachtungen über Cadmiumkontinua stammen von Kalähne (145); Wood und Guthrie (300), van der Lingen (177) und besonders Jablonski (138) untersuchten sie genauer. Letzterer beschreibt eingehend zwei kontinuierliche, in Absorption auftretende Bandenzüge im Gebiet 1950—2150 A.E. und 2110—2140, letzterer deutlich unsymmetrisch mit Maximum bei 2128 A.E. Auch in Fluoreszenz treten Kontinua auf, und zwar intensiv nur im Temperaturbereich 600—700° C. Wie beim Quecksilber wurde auch beim Cadmium entgegen älteren Ansichten die Unabhängigkeit der Kontinua von der Resonanzlinie festgestellt.

Über das Auftreten eines schwachen kontinuierlichen Grundes in den Bogenspektren von *Na*, *K*, *Ca*, *Sr*, *Ba*, *Mg*, *Ag*, *Bi*, *Cd*, *Zn* und *Cu* berichtet Moore (191, 192), der zur Feststellung verschiedener Anregbarkeit von verschiedenen Linien die genannten Metalle in einem 2000-Volt-Bogen von nur 0,03—0,3 Amp. untersuchte und dabei fand, daß vor dem Erscheinen der ersten Linien und zusammen mit diesen, also bei der geringsten Stromdichte, ein schwacher kontinuierlicher Untergrund auftrat, der bei wachsender Stromstärke verschwand, womit zugleich bewiesen war, daß es sich dabei nicht um Licht von den Elektroden oder glühenden Metallteilchen handeln kann.

Daß kontinuierliche Spektren überhaupt bei allen Elementen auftreten können, will Balasse (17, 18) dadurch beweisen, daß er die über alle Perioden des periodischen Systems verstreuten Elemente *K*, *Rb*, *Cs*, *Cd*, *Hg*, *P*, *Bi*, *S*, *J* in der elektrodenlosen Ringentladung untersucht und bei allen mehr oder weniger ausgeprägte kontinuierliche Emissionsspektren findet.

7. Die kontinuierlichen Spektren der Kometen und der Sonnenkorona.

Von den hier zu besprechenden kosmischen kontinuierlichen Spektren ist besonders eins interessant, nämlich das oder die in den Kometenspektren auftretenden, und zwar interessant für uns besonders deshalb, weil die Kometen den sonst unerreichbaren Extremfall eines Hochvakuumlaboratoriums darstellen. Diese räumlich riesigen, der Masse nach aber winzigen Gebilde bestehen bekanntlich aus einem innersten, verhältnismäßig dichten Kern, der ein bisher nicht identifiziertes Linienspektrum emittiert, dem diesen umgebenden Kopf und dem der Sonne abgewandten, äußerst dünnen Schweif. Während schon im Kopf des Kometen sehr geringe Dichten herrschen, kann man nach Schwarzschild für den Schweif mit solchen von der Größenordnung 10^{-21} bis 10^{-24} rechnen.

Die Kometenspektren sind abhängig von der Entfernung von der Sonne, von der also jedenfalls in irgendeiner Form die Anregung ausgeht. Während die Kometen nach Baldet (19, 20) in einer Entfernung von 2—3 astronomischen Einheiten (1 astr. Einh. = Entfernung Erde—Sonne $\sim$ 149,5 Mill. km) anscheinend ganz im reflektierten Sonnenlicht leuchten, tritt bei Annäherung an die Sonne im Kern das schon erwähnte Linienspektrum, im Kopf das Swan- und Cyan-Bandenspektrum auf. In einer Einheit Entfernung, wo sich der Schweif auszubilden beginnt, erscheint das C_2-Spektrum, worauf bei weiterer Annäherung das Kernspektrum schwächer, das Schweifspektrum immer glänzender wird; in größter Sonnennähe, wo auch die verschiedenen Bandenspektren des Stickstoffs vorkommen, beginnen die Swan-Banden wieder zu verschwinden, während dafür die *Na*-Linien sichtbar werden. Chrétien (49) fand zuerst die rätselhafte Erscheinung, daß im Schweifspektrum alle Banden verdoppelt auftreten. Hogg (122) schloß aus dem Auftreten der Banden von C_2, *CO*, *CH* und *CN* auf ein Anregungspotential kleiner als 5 Volt. Diese ganzen, unser Problem nicht direkt betreffenden Angaben mögen einen Anhaltspunkt für die in den Kometen herrschenden Bedingungen geben.

Was nun die kontinuierlichen Spektren selbst angeht, so wurde von Rosenberg (243) und besonders Bobrovnikoff (29, 30, 31, 32) gefunden, daß zwei ganz verschiedene Kontinua auftreten, das Sonnentypspektrum mit einem Maximum bei 4700 A.E., das völlig dem kontinuierlichen Sonnengrund gleicht und, wie durch Polarisationsmessungen nachgewiesen wurde, auch durch

reflektiertes Sonnenlicht zutande kommt, und zweitens das Kontinuum des sog. violetten Typs mit einem Maximum bei 4000 A.E., für das Rosenberg (243) bei dem Kometen 1908c fand, daß es unter der sicher unzulässigen Annahme der Gültigkeit des Planckschen Gesetzes einer Temperatur entspräche, die selbst die der heißesten Fixsterne überträfe. Die bemerkenswerte Entdeckung Bobrovnikoffs war nun die, daß die Kometen bei Annäherung an die Sonne erst das Sonnentypspektrum zeigen, das dann in einer Entfernung von 1,2 astr. Einh. sich plötzlich in das violette Kontinuum verwandelt. Auch scheint innerhalb dieser Entfernung die Helligkeit der Kometen nicht mehr in gleicher Weise wie vorher von der Sonnenentfernung abzuhängen.

Eine einleuchtende Erklärung dieser Beobachtungsergebnisse haben wir noch nicht, doch dürfte die Ansicht, daß es sich bei den Vorgängen im wesentlichen um eine durch die Sonnenstrahlung erregte Fluoreszenz sowie um Mitwirkung der von der Sonne ausgehenden Elektronenströme handelt, wohl die meisten Anhänger haben. Mit dem letzten Gedanken in guter Übereinstimmung stehen die Laboratoriumsversuche von Fowler (77, 78), der in einer Kathodenstrahlröhre mit *CO* von ungefähr $^1/_{1000}$ mm Druck ein dem Kometenschweifspektrum recht ähnliches Spektrum erhielt. Denken könnte man auch an eine Analogie zu den Erscheinungen der elektrodenlosen Ringentladung, bei der ja auch (s. vorigen Abschn.!) meist Kontinua auftreten. Die in seiner ersten Mitteilung (29) erwähnte Beobachtung Bobrovnikoffs, daß im Kometenspektrum das kontinuierliche Wasserstoffspektrum vorkäme, dürfte auf einem Irrtum beruhen, da das violette Kometenkontinuum eine ganz andere Intensitätsverteilung zeigt und das zweite Kontinuum bestimmt dem reflektierten Sonnenlicht zugeschrieben werden muß.

Das zweite kosmische Kontinuum, das den Gasspektren zugerechnet werden muß, ist das der Sonnenkorona, die bekanntlich nur bei totalen Sonnenfinsternissen beobachtet und untersucht werden kann. Ihr Spektrum besteht aus einer Anzahl noch ungedeuteter Emissionslinien, einem Kontinuum und in ihren äußersten Schichten auch Fraunhoferschen Absorptionslinien. Das Überraschende ist nun, daß das Kontinuum, das nach Untersuchungen von Ludendorff (182) in seiner Intensitätsverteilung vollkommen dem kontinuierlichen Sonnenspektrum gleicht, in der inneren, hellen Korona ohne die Fraunhoferschen Absorptionslinien auftritt und folglich nicht durch einfache Reflexion von Sonnenlicht an den die Korona bildenden Teilchen erklärt werden kann. So wie das Problem der Korona selbst trotz aller Theorien — siehe die eingehenden Arbeiten von Anderson (4—11) — noch keineswegs geklärt ist, ebenso wissen wir eigentlich nichts Sicheres über den Ursprung ihres Spektrums. Während von einigen Anhängern der Reflektionstheorie die Ansicht vertreten wird, daß die Fraunhoferschen Linien in der inneren Korona infolge des Vorherrschens des Kontinuums durch Überexposition gleichsam zugedeckt werden — etwas Ähnliches ist bei anderer Gelegenheit schon beobachtet worden —, haben ganz kürzlich Mecke und Wildt (321) eine Anregung gegeben, wie vielleicht das Koronaspektrum einschließlich der hellen Linien erklärt werden könnte. Mecke und Wildt nehmen an, daß das Sonnenlicht an den die Korona bildenden Atomen der leichtesten Elemente gestreut wird, wobei infolge des Ramaneffektes Wellenlängenänderungen auftreten müßten, durch die im Kontinuum die Fraunhoferschen Linien verdeckt würden, während die Emissionslinien als echte Ramanlinien aufzufassen wären. Dieser Gedankengang, der von Mecke und Wildt lediglich als Arbeitshypothese aufgestellt worden ist, bedeutet jedenfalls eine interessante Anregung, die weiter verfolgt zu werden verdient.

Zusammenfassend läßt sich also über diesen Abschnitt sagen, daß noch viel Arbeit — besonders in systematischer, fortlaufender Beobachtung der nächsten hellen Kometen mit großer Dispersion etwa an einem der Turmteleskope — geleistet werden muß bis zur Klärung dieser für Physiker und Astronomen gleich interessanten Fragen.

8. Temperatur- und Druckkontinua.

Über die theoretisch noch völlig ungeklärte Stellung der kontinuierlichen Temperatur- und Druckspektren ist schon in der Einleitung zu diesem Bericht gesprochen worden, so daß wir uns jetzt lediglich mit den experimentellen Ergebnissen befassen können. Wir wollen beginnen mit den Untersuchungen bei mäßigen Drucken und Temperaturen, und zwar hier mit dem Teilgebiet der Flammenspektren.

Schon bei ihren ersten Untersuchungen über diesen Gegenstand fanden Kirchhoff und Bunsen (151, 152) im Jahre 1860, daß hier verschiedentlich kontinuierliche Spektren vorkommen, so fanden sie besonders bei den mit Alkalisalzen versetzten Flammen breite kontinuierliche Bänder, während kurz darauf Attfield (14) bei den Flammen von *CO* und CS_2 kontinuierliche Spektren fand. Schon im Jahre 1862 stellte Plücker (222) dann einwandfrei fest, daß es sich hierbei um wirkliche Gasspektren handelt, d. h. daß kontinuierliche Spektren auch vor-

kommen bei Verbrennungen, bei denen keine glühenden festen Teilchen entstehen können, z. B. bei dem Prozeß $CO + O = CO_2$. Zwei Jahre später untersuchte Dibbits (57) in einer sehr sorgfältigen Arbeit verschiedene Flammen und kam dabei vor allem zu dem Ergebnis, daß die kontinuierlichen Spektren völlig unabhängig sind von dem Material des Brenners. Bei der Wasserstoff-Flamme fand er in einer Atmosphäre von Luft, wie von Sauerstoff, NO_2 und Cl_2 stets ein schwaches Kontinuum mit Maximum im Grünen. CO brennt in den verschiedensten Gasen stets mit einem im ganzen Sichtbaren kontinuierlichen Spektrum mit Maximum im Blauviolett ohne eine Spur von Linien, während allein bei der Cyanflamme kein Kontinuum gefunden werden konnte. Die Schwefelflamme wie die des Schwefelwasserstoffs zeigten ein ganz kontinuierliches Spektrum mit starkem Maximum im grünblauen Bereich, wobei der Verf. ausdrücklich erwähnt, daß die Intensitätsverteilung eine ganz andere gewesen sei als die eines glühenden *Pt*-Drahtes. Die Flamme des Schwefelkohlenstoffs brannte in den verschiedensten Gasen mit einem der CO-Flamme ähnlichen kontinuierlichen Spektrum, nur daß das Maximum im grünblauen Gebiet lag. Dibbits faßt das Ergebnis seiner Arbeit in den Satz zusammen: „Gase, wenn sie bis zum Selbstleuchten erhitzt sind, können auch kontinuierliche Spektra geben". Seit dieser Zeit sind die Flammenspektren besonders der Alkalien noch verschiedentlich untersucht worden, so von L. de Boisbaudrau (34), Gouy (100), Hartley (108), Lenard (171), Leder (167), Stark (256) und besonders Eder und Valenta (68), die zahlreiche schöne Aufnahmen bringen. Alle diese Forscher bestätigen den strukturlosen Verlauf der Alkalikontinua, lediglich Hartley glaubt in seiner zweiten Arbeit (110) eine Struktur gefunden zu haben, eine Beobachtung, die aber nach einer Angabe von Stark (256) auf einem Irrtum zu beruhen scheint. Lenard (171) unterscheidet bei seinen Untersuchungen zwischen dem kontinuierlichen Grund, der in den Flammen aller Alkalien zusammen mit den Nebenserien des Linienspektrums von dem heißesten Teil der Flamme emittiert wird, und dem diesem überlagerten Spektrum, das aus den sehr ausgedehnten, leuchtenden Höfen der Hauptserienlinien bestehen soll, und greift damit auf eine gleichartige, schon von Gouy (100) aufgestellte Hypothese zurück. Lenard gibt ferner an, daß der kontinuierliche Grund im Flammenspektrum dem Spektrum des glühenden Salzes selbst sehr ähnlich gewesen sei. Auf Anregung Lenards untersuchte dann Leder (167) nach einer okularphotometrischen Methode die Intensitätsverteilung im kontinuierlichen Grund der Alkalimetallspektren und folgert aus seinen Kurven, daß der kontinuierliche Grund bedingt sei durch „starke Verbreiterung und Hofbildung der Nebenserienlinien". Trotzdem in den Kurven tatsächlich ein Zusammenhang der Nebenserien mit der Intensität des Kontinuums sichtbar ist, hält Verf. dieses Berichtes den Schluß Leders für keineswegs bewiesen, sondern glaubt nach genauer Betrachtung der Kurven vielmehr, daß lediglich einige Maxima durch Hofbildung der Nebenserienlinien zustande gekommen sein können, während das Kontinuum an sich eine andere Ursache haben muß. Stark (256), der auf Grund seiner Theorie auch diese Kontinua als „Anlagerungsspektren" nach der Formel $X^+ +$ Elektron $= X$ erklären will, weist darauf hin, daß unter sonst gleichen Bedingungen die Intensität der Kontinua der Alkalien in der Reihenfolge *Li*, *Na*, *K*, *Rb*, *Cs* zunimmt, eine Beobachtung, die bei der Deutung helfen könnte. Über sonstige Flammenspektren liegt aus neuerer Zeit lediglich eine Arbeit von Weston (287) vor, der angibt, daß eine in Sauerstoff von Atmosphärendruck brennende CO-Flamme ein von 3000—5800 A.E. reichendes kontinuierliches Spektrum emittiert, das mit der Reaktion $2CO + O_2 = 2CO_2$ zusammenhängen soll.

Nach Besprechung des Sonderfalles der Flammenspektren wenden wir uns jetzt der eigentlichen Untersuchung des Druckeinflusses auf die Gasspektren zu. Die Tatsache, daß die Struktur des Spektrums eines leuchtenden Gases durch höheren Druck vollständig verändert wird, entdeckte im Jahre 1868 Frankland (87), der fand, daß das Spektrum einer in Sauerstoff von 10 Atm. Druck brennenden Wasserstoff-Flamme äußerst hell und völlig kontinuierlich ist. Die Erscheinung wurde in den nächsten Jahren von Wüllner (309, 310), Schenk (245) sowie Liveing und Dewar (181) nachgeprüft und bestätigt; letztere teilten noch mit, daß die Helligkeit des Kontinuums genau proportional dem Druck wachse.

Eingehend untersucht wurde der Einfluß von Druck auf die Spektra verschiedener Gase im Jahre 1869 von Wüllner (309, 310) in einer ausgezeichneten, noch heute nicht überholten Arbeit. Wüllner untersuchte auf Grund der Hypothese, daß in Geißlerröhren Banden-, Linien- und kontinuierliche Spektren der Reihe nach mit wachsendem Druck und wachsender Stromdichte entständen, die Spektren von Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff, die er zunächst mit einem Funkeninduktor und dann mit kondensierter Entladung anregte. Bei allen Gasen tritt zunächst bei wenigen Millimetern Druck das Bandenspektrum auf, das bei Druckzunahme verschwommener und schließlich so lichtschwach wird, daß Einzelheiten nicht mehr studiert werden konnten. Bei

weiter steigendem Druck trat dann stets das Linienspektrum des Gases mit einigen besonderen Erscheinungen des Kontinuums auf. So ist bei Wasserstoff von 500 mm Druck an an Stelle des Viellinienspektrums ein Kontinuum sichtbar. Die Balmerlinien H_β und H_γ sind bei 670 mm Druck bereits so verwaschen, daß sie nur noch als breite Helligkeitsmaxima des Kontinuums sichtbar sind, während die außerhalb des Kontinuums liegende Linie H_α noch ziemlich scharf ist, und erst ab 800 mm Druck langsam im Kontinuum verschwindet, das sich dann von H_α bis H_γ ausbreitet. Bei 1700 mm Druck haben wir ein kontinuierliches Spektrum, „das sich von dem eines glühenden festen Körpers nur durch anders verteilte Helligkeit, durch geringere Ausdehnung und die schon langsam verschwindende Diskontinuität an der Stelle von H_α unterscheidet". Wüllner beobachtete das Spektrum bis zu einem Druck von beinahe 3 Atm., wo es „fast genau dem zwischen den Fraunhoferschen Linien C und G liegenden Teil des Sonnenspektrums" entspricht. Wird an Stelle des Induktionsstroms eine kondensierte Entladung benutzt, so treten alle Erscheinungen entsprechend früher auf, so daß das Spektrum jetzt bei 300 mm Druck schon dem der unkondensierten Entladung von 3 Atm. gleicht. Mit steigendem Druck wird die Leuchterscheinung jetzt immer heller, so daß das Spektrum bei 1230 mm Druck als blendend helles, völlig gleichmäßiges kontinuierliches Band erscheint, von dem sich — ein Zeichen für die hohe Temperatur! — lediglich die D-Linien des Natriums als dunkle Absorptionslinien abheben. Die Grenzen des Spektrums liegen auch jetzt immer noch auf der langwelligen Seite von H_α und der kurzwelligen von H_γ, so daß es örtlich scharf begrenzt ist [1]).

1) In diesem Zusammenhang seien schon jetzt kurz einige Ergebnisse noch unveröffentlichter Versuche des Verfassers angegeben, der die Versuche Wüllners bei Drucken bis zu 1000 mm mit modernen spektrographischen Hilfsmitteln als Anfang einer Untersuchung über die Temperatur-Druckkontinua wiederholte. Bei Wasserstoff von 500 mm Druck fand Verfasser ebenso wie Wüllner an Stelle des Viellinienspektrums ein Kontinuum, doch blieben, auch bei kondensierter Entladung, die im rot gelegenen Fulcherbanden noch scharf, während die mit Ausnahme von H_α stark verbreiterten Balmerlinien auf dem kontinuierlichen Grund fast unsichtbar wurden. Außerordentlich klar trat bei der Balmerserie die mit wachsender Gliednummer stärker werdende Verbreiterung und Verwaschenheit der Linien hervor. Als Beobachtungsfehler Wüllners stellte sich, wie theoretisch nicht anders zu erwarten, die angeblich nahe bei H_γ liegende kurzwellige Begrenzung des Wasserstoff-Druckkontinuums heraus; dieses ist auf den Aufnahmen des Verfassers vielmehr deutlich bis zur Balmergrenze zu verfolgen. Ob es noch weiter reicht, konnte noch nicht festgestellt werden, da für die Vorversuche eine Glasapparatur benutzt wurde. Eine ausführliche Veröffentlichung erfolgt nach Beendigung der Versuche im Bereich hoher Drucke.

Bei Sauerstoff tritt nach den Beobachtungen von Wüllner von 280 mm Druck an im grünblauen Gebiet ein kontinuierlicher Grund auf, der bei 650 mm vom hellen Rot bis zum Violett reicht. Die diesem überlagerten Linien bleiben im Gegensatz zu der Erscheinung beim Wasserstoff bei unkondensierter Entladung absolut scharf. Bei der kondensierten Entladung dagegen tritt bei den Linien im gelbroten Bereich ab 100 mm Druck Verbreiterung und ein scheinbares Aufgehen im kontinuierlichen Untergrund auf, so daß diese Linien bei 280 mm schon völlig im Kontinuum verschwunden sind, während alle übrigen Linien scharf bleiben. Bei Drucksteigerung bis 540 mm ändert sich die Erscheinung wenig, doch bleibt die Helligkeit stets unter der entsprechenden Wasserstofferscheinung.

Stickstoff zeigt nach Wüllners Feststellungen mit steigendem Druck eine immer größere Unschärfe der Banden, die bei 260 mm nur noch als Kannelierung sichtbar sind, während beim Auftreten des Linienspektrums bei 500 mm Druck nur noch ein schwaches Kontinuum übrig geblieben ist.

Die einzige Fehlerquelle bei Wüllners ausgezeichneten Untersuchungen liegt in der Anwesenheit kleiner Spuren von Quecksilberdampf, doch können diese das Ergebnis der Untersuchungen in ihrem wesentlichen überraschenden Ergebnis nicht ändern.

Mit Wüllners Untersuchungen am Stickstoff steht allerdings in teilweisem Widerspruch das Ergebnis einer in neuerer Zeit gemachten Arbeit von Huddleston (132), der 1921 das Spektrum eines Funkens zwischen Platinelektroden in reinem Stickstoff sowie in Luft untersuchte. Huddleston fand, daß sich von einem Druck von 1 Atm. an neben dem stets noch vorhandenen Bandenspektrum ein von der Empfindlichkeitsgrenze der Platte im Rot her nach Violett zu fortschreitender kontinuierlicher Grund ausbreitet, der in reinem Stickstoff bei 4 Atm. bis zum Violett reicht und die Banden fast völlig verdeckt. Das Kontinuum soll bei 5200—5500 A.E. ein Minimum haben, von dem aber nicht gesagt ist, ob es wirklich reell ist oder nur durch das gerade hier liegende Empfindlichkeitsminimum der photographischen Platte vorgetäuscht wird. In Luft trat das Kontinuum in gleicher Weise, aber noch intensiver auf, so daß bei 4 Atm. keine Spur von Banden mehr zu sehen war. Wurde der Funke in Luft durch den Strom eines Transformators erzeugt statt durch den jedenfalls schneller oszillierenden eines Funkeninduktors, so bildet sich das Kontinuum unter sonst gleichen Bedingungen wesentlich langsamer aus; selbst bei Drucken von 6 Atm. waren jetzt noch nicht alle Banden ausgelöscht. Diese

Abhängigkeit der Kontinuums von der Frequenz des erregenden Stroms ist deshalb besonders interessant, weil der gleiche Effekt, im gleichen Sinn wirkend, bei dem gleich zu besprechenden kontinuierlichen Spektrum des Unterwasserfunkens von L. und E. Bloch (27, 28) und H. Stücklen (265) gefunden wurde.

Außer den besprochenen Gasen ist noch Chlor auf Druckeinfluß untersucht worden, von dem Ciamician (50) feststellte, daß es bei 500 mm Druck im Roten ein kontinuierliches Spektrum emittiert, das bei 1500 mm sehr intensiv wird, sowie *Na*-Dampf, bei dem Clinscales fand, daß er bei 8 Atm. Druck kontinuierlich absorbiere. Starke Linienverbreiterungen und kontinuierliche Erscheinungen fanden bei Chlor und Brom ferner Eder und Valenta (315, 316). Ebenfalls hierher gehört die Beobachtung von Lyman (184, 185), daß bei Kondensatorentladungen durch enge Kapillaren stets ein bis ins äußerste Ultraviolett reichendes kontinuierliches Spektrum emittiert wird.

Mit diesen Spektren nahe verwandt ist jedenfalls das schon erwähnte des Unterwasserfunkens. Daß das Licht einer das Wasser durchschlagenden kondensierten Entladung ein an sich strukturloses, vom Rot bis zum fernen Ultraviolett reichendes kontinuierliches Spektrum besitzt, fand als erster Konen (157), der auf die Brauchbarkeit dieser Lichtquelle für Absorptionsversuche im Ultraviolett hinwies. Als solche ist der Unterwasserfunke denn auch von den Spektroskopikern wiederholt benutzt und beschrieben worden. Einzelheiten und z. T. experimentelle Verbesserungen werden von L. und E. Bloch (27, 28), Stücklen (265) und Snyder (253) angegeben. L. und E. Bloch stellten fest, daß das Spektrum den gleich noch zu besprechenden Andersonschen Explosionsspektren ähnlich sehe und daß es vom Elektrodenmaterial unabhängig sei. Dieselben Forscher und Stücklen beschreiben die schon erwähnte Frequenzabhängigkeit, letztere ferner noch, daß durch Variation der Anregungsbedingungen — beim Einschalten von Selbstinduktion wächst z. B. Zahl und Schärfe der Metallinien auf dem kontinuierlichen Grund — sich die Linien des Elektrodenmaterials nach Wunsch in Emission oder Absorption erhalten lassen. I. Wyneken (311) maß erstmalig nach einer photographisch-photometrischen Methode die Intensitätsverteilung des Unterwasserfunkenspektrums und fand bei 2850 A.E. ein Maximum, dem nach dem Planckschen Gesetz eine Temperatur von 10 000° C entspräche, doch ist der Intensitätsabfall zu beiden Seiten dieses Maximums gegenüber dem Spektrum der schwarzen Strahlung viel zu stark. Das Unterwasserfunkenspektrum wurde von den meisten Forschern, so besonders von L. und E. Bloch, dem Wasserstoff zugeschrieben, nachdem festgestellt worden war, daß das Elektrodenmaterial keinen Einfluß auf das Kontinuum hat, doch wurde diese Theorie unhaltbar, als M. Curie (54) fand, daß auch gleichartige Entladungen in flüssigem Brom, Schwefel, Phosphor, Sauerstoff und Tetrachlorkohlenstoff im Gebiet 4000—8500 A.E. kontinuierliche Spektren ergeben, bei denen also im Vergleich zum Unterwasserfunken nur das Ultraviolett fehlt (ob dieses untersucht wurde, ist nicht angegeben). E. O. Hulburt (134, 135, 136) nahm demgegenüber einen Extremfall von Druckverbreiterung von Linien, besonders der Balmerlinien — in Unkenntnis der Versuche von Curie — an und suchte seine Ansicht durch eigene Experimente zu stützen. Er fand bei den Balmerlinien H_β, H_γ und H_δ bei Drucken von 250 mm Linienverbreiterungen bis zu 60 A.E. und stellte durch Beimischung von *He* und N_2 fest, daß nur der Totaldruck für die Verbreiterung maßgebend ist, weshalb er den Starkeffekt als Ursache ansehen will. Weiter untersucht er kondensierte Entladungen in feuchter Luft sowie in einem Gemisch von Wasserstoff und Sauerstoff, wo er wiederum starke Verbreiterungen der Balmerlinien fand, ohne daß man damit wesentlich weiter gekommen wäre.

Für die Deutung der ganzen Erscheinungen sehr wesentlich sind die Versuche mit sehr hohen Drucken und später auch Temperaturen, die zur Klärung gewisser astronomischer Fragen von einer Reihe amerikanischer Astrophysiker durchgeführt worden sind. Schon im Jahre 1903 haben so Hale und Kent (103) Versuche angestellt zum Zweck der Prüfung einer Theorie von Wilsing, der auffällige Veränderungen in den Spektren der „Neuen Sterne" in der Zeit ihres Maximums im wesentlichen auf plötzliche Druckänderungen zurückführen wollte. Hale und Kent untersuchten deshalb die Veränderungen im Spektrum eines Eisenfunkens bei Druckanstieg bis zu 53 Atmosphären. Aus der mit astronomischer Genauigkeit ausgeführten Arbeit können hier nur die wesentlichsten, unser Problem betreffenden Ergebnisse wiedergegeben werden, während im übrigen auf die Originalarbeit, die auch ausgezeichnete Aufnahmen enthält, verwiesen sei. Hale und Kent stellten fest, daß bei steigendem Druck zunächst eine Selbstumkehr der Eisenlinien auftritt, der eine immer stärker werdende Verbreiterung der ursprünglichen Linie folgt[1]). Merkwürdig ist, daß die so

1) In diesem Zusammenhang sind interessant einige neue, noch unveröffentlichte Versuchsergebnisse aus dem Bonner Physikalischen Institut, wo Herr P. Lueg die Alkalien *Rb* und *Cs* im elektrischen Lichtbogen bei Atmosphärendruck im Gebiet 7000

entstehenden breiten Emissionsmaxima sich immer mehr nach Rot verschoben, während die selbstumgekehrten Linien am alten Ort sich gleichzeitig zu richtigen Absorptionslinien entwickeln. Bei 14 Atm. Druck sind die ursprünglichen Emissionslinien schon so verbreitert, daß sie ein kontinuierliches Emissionsspektrum vorzutäuschen beginnen, das sich mit weiter steigendem Druck immer deutlicher ausbildet. Bei dem erreichten Maximaldruck von 53 Atm. bestand das Spektrum nur noch aus scharfen Absorptionslinien auf einem hellen kontinuierlichen Grund, der sich lediglich noch durch eine ungleichmäßige Intensitätsverteilung von einem echten Kontinuum unterschied. Humphreys (137) setzte die beschriebenen Versuche mit verschiedenen Metallen im Lichtbogen bis zu einem Druck von 100 Atm. fort und bestätigte die Ergebnisse von Hale und Kent. Auch bei 100 Atm. fand er den hellen kontinuierlichen Grund noch nicht völlig gleichmäßig, doch würde man bei Betrachtung des betreffenden Kontinuums niemals an die Möglichkeit eines Entstehens aus verbreiterten Emissionslinien denken.

Erst anderthalb Jahrzehnte nach diesen Arbeiten führte Anderson (1, 2, 3) die Versuche fort mit seiner ganz neuartigen Methode zur Untersuchung glühender Metalldämpfe. Da Andersons Versuche gleichermaßen wegen ihrer Problemstellung wie wegen ihrer Ergebnisse interessant sind, seien sie etwas eingehender besprochen. Anderson geht aus von dem Gedanken an das in der Einleitung dieses Berichtes schon erwähnte Fixsternspektrum, das — ein besonders einfacher Fall — auch auftritt, wenn ein Meteorstück, mit großer Geschwindigkeit etwa der Sonne zustürzend, in deren Atmosphäre plötzlich unter einer hellen Leuchterscheinung verdampft. Überschlagsweise berechnet nun Anderson, welch große Energie hier in sehr kurzer Zeit auf eine ziemlich kleine Masse wirkt und eine Leuchterscheinung mit starkem kontinuierlichen Spektrum, das von Absorptionslinien überlagert ist, hervorruft. Die Methode Andersons, die das gleiche Ergebnis — Wirkung großer Energie in sehr kurzer Zeit auf sehr kleine Materiemenge — haben soll, besteht darin, daß er sehr dünne Metalldrähte durch eine plötzliche Kondensatorentladung zur Explosion bringt. Mittels eines Kondensators von 0,4 Mikrofarad kann Anderson eine Energie von 30 Kalorien in der unglaublich kurzen, mit dem Drehspiegel gemessenen Zeit von $^1/_{100\,000}$ sec. auf eine Masse von wenigen Milligramm wirken lassen und erzielt dadurch Wirkungen, wie man sie vorher nicht kannte. Läßt man die Drahtexplosion in freier Luft vor sich gehen, so zeigt ihr Spektrum sehr helle, stark verbreiterte Linien mit Selbstumkehr und ein schwaches, nach Violett zu intensiver werdendes Kontinuum. Explodiert der Draht dagegen in dem schmalen Schlitz eines kräftigen Holzblocks, so erhält man ein blendend helles, ganz gleichmäßig kontinuierliches Spektrum, von dem sich in Absorption die Linien des Drahtmetalls abheben, also im wesentlichen eine Analogie zum Spektrum des „explodierenden" Meteors und zugleich den Extremfall der vorbeschriebenen Versuche. Um die Entstehung dieses Spektrums zu studieren, untersuchte Anderson die gleichen Explosionen in einem engen Holzrohr bei vermindertem Druck. Bei 20 mm waren die Linien noch sehr hell und recht scharf; zwischen 50 und 130 mm Druck bildete sich ein deutliches kontinuierliches Spektrum aus, und bei sämtlichen Linien trat Selbstumkehr auf, wobei die eigentliche, sehr verbreiterte Linie sich nach Rot verschob, so daß scheinbar schmale Absorptionslinien an der richtigen Stelle und an ihrer langwelligen Seite breite Emissionsbänder dem kontinuierlichen Grund überlagert waren. Von 200 mm Druck an war nur noch ein gleichmäßiges Kontinuum mit scharfen Absorptionslinien sichtbar, von denen ersteres bei weiterem Druckanstieg nur noch blendender wurde. Auf Grund eines Vergleiches der Belichtungszeiten zur Erzielung gleicher Schwärzungen berechnet Anderson, daß die Helligkeit seiner Explosionsspektren, aus der er eine Temperatur von etwa 20 000° ableitet, ungefähr die hundertfache der Sonnenoberfläche ist. Zwei unabhängige Bestimmungen des Explosionsdrucks in seiner Lichtquelle führten auf den gleichen Wert von etwa 50 Atm. bei Nickel, etwa 20 Atm. bei Eisendraht, woraus Anderson schließt, daß zur Erzeugung eines kontinuierlichen Spektrums ein übermäßig hoher Druck nicht unbedingt erforderlich sei. Erwähnt werden muß noch ein Einfluß des Metalls: unter sonst gleichen Bedingungen gab Nickel das hellste Licht, es folgten Eisen und Manganin, während Kupfer das relativ schwächste Kontinuum zeigte. Wie nicht anders zu erwarten, absorbiert der entstehende Metalldampf auch äußerst stark kon-

bis 9000 A. E. untersuchte. Herr Lueg fand hierbei nach seiner freundlichen Mitteilung eine enorme Verbreiterung der Serienlinien (bis über 70 A. E.) mit feiner, scharfer Selbstumkehr. Da dieselben Linien früher in einer Vakuumröhre scharf gefunden worden sind, ist die Verbreiterung zweifellos auf den Einfluß des höheren Drucks zurückzuführen. Daß die großen Verbreiterungen reell sind und nicht etwa durch Überexposition entstandene Lichthöfe darstellen, ergibt sich auf den Aufnahmen von Herrn Lueg mit schönster Klarheit aus der Tatsache, daß von dem dunklen Grund einer dieser verbreiterten Linien sich in Absorption scharf die in dieser Spektralgegend liegenden atmosphärischen Sauerstoffbanden abheben.

tinuierlich, schon in 2 mm Schichtdicke verschluckte er fast alles sichtbare Licht.

Nach Anderson haben noch Fukuda (90) und Hori (128) mit der neuen Methode gearbeitet und im wesentlichen nur Andersons Ergebnisse an weiteren Metallen bestätigt, so u. a. am *Mg*, *Ca* und an einem in einer Kapillare eingeschlossenen Quecksilberfaden.

Betrachten wir die Ergebnisse der in diesem Abschnitt geschilderten Untersuchungen, so finden wir, daß trotz vieler noch nicht geklärter Punkte zwei Grundtatsachen experimentell gut gesichert sind.

Erstens tritt bei Druck- und Temperatursteigerung in den meisten Spektren von Gasen und Dämpfen ein deutlicher kontinuierlicher Untergrund auf, der ohne jeden nachgewiesenen Zusammenhang mit Linien oder Banden steht. Er erscheint manchmal zuerst im Rot, manchmal im Violett und bedarf zu seiner Klärung noch genauerer experimenteller Untersuchung.

Durch die zuletzt besprochenen Arbeiten besser geklärt ist die zweite grundlegende Erscheinung, daß nämlich bei Temperatur- und Drucksteigerung durch bloße Verbreiterung von Emissionslinien ein helles, ganz gleichmäßiges Kontinuum entstehen kann, das den kontinuierlichen Grund an Intensität weit übertrifft. Wichtig erscheint hier neben eingehender Untersuchung verschiedener Entladungsarten — Abhängigkeit von der Frequenz! — besonders die Isolierung der Anregungsbedingungen, z. B. die allerdings nicht ganz einfache Trennung der Untersuchung des Einflusses von Temperatur und Druck auf die beschriebenen Änderungen der Spektren. Zu klären ist ferner die Frage, woher bei manchen Elementen manche Linien stark, andere wenig oder gar nicht verbreitern sowie eine große Zahl von Einzelheiten, so der Effekt, daß alle Metalllinien sich bei Verbreiterung nach Rot verschieben, während das bei den Balmerlinien jedenfalls nicht in diesem Ausmaß beobachtet worden ist.

Bei der in der Einleitung dieses Berichtes angeschnittenen Frage nach dem Zusammenhang der behandelten Gasspektren mit den kontinuierlichen Spektren glühender fester Körper sind wir vorläufig nur auf Vermutungen angewiesen, denn die naheliegende Annahme, daß die Andersonschen Spektren einen der gesuchten Übergangsfälle darstellen und wir durch sie auch einen stetigen Übergang von den Linienspektren zum Temperaturspektrum haben, muß erst quantitativ geprüft werden. Für eine weitere Arbeit auf diesem Gebiet sind also eingehende photometrische Untersuchungen der kontinuierlichen Gasspektren mit Anschluß an das Spektrum des schwarzen Strahlers erforderlich, und das in den letzten Jahren immer mehr vervollkommnete registrierende Mikrophotometer bildet für diese Arbeit ja ein Hilfsmittel, das bis vor kurzem noch völlig fehlte.

Theorien, ja selbst brauchbare Arbeitshypothesen über den Ursprung der geschilderten Erscheinungen fehlen bisher völlig, denn die vorliegenden Arbeiten über Verbreiterung von Spektrallinien, wie die von Minkowski (189) und vielen Anderen, behandeln alle nur Linienverbreiterungen sehr kleinen Ausmaßes, und es muß erst untersucht werden, wie weit die Ergebnisse dieser Arbeiten auf die in unserem Fall auftretenden abnorm großen Effekte angewendet werden dürfen.

Schon in der Einleitung wurde darauf hingewiesen, daß mit diesen Temperatur-Druckspektren jedenfalls nahe verwandt sind die kontinuierlichen Spektren der Fixsterne, auf die im Rahmen dieses Berichtes näher einzugehen leider unmöglich ist. Es sei deshalb nur als wesentlich für unser Problem das Ergebnis einer sehr schönen photometrischen Arbeit von Storer (264) erwähnt. Dieser stellte nämlich fest, daß die Intensitätskurven der Fixsternspektren nur im Bereich 4200—6500 A.E. die Intensitätsverteilung eines schwarzen Strahlers besitzen, daß gegenüber diesem ihre Intensität außerhalb der Grenzen aber stark abfällt (Analogie zum Unterwasserfunkenspektrum s. Wyneken (311)). Dabei war, wie zu erwarten, die Angleichung der Kurven der heißen Sterne an die Planckschen Kurven eine bessere als die der kühleren. Das Plancksche Strahlungsgesetz gilt also möglicherweise auch für die Intensitätsverteilung der kontinuierlichen echten Gasspektren, jedoch nur für die Grenzfälle sehr hohen Drucks (Analogie: fester glühender Körper) und sehr hoher Temperatur.

Literaturverzeichnis.

1) I. A. Anderson, Astroph. Journ. **51**, 37, 1920 (Temp.-Kontinua).
2) — Proc. Nat. Acad. Amer. **6**, 42, 1920 (Temp.-Kontinua).
3) — Proc. Nat. Acad. Amer. **8**, 231, 1922 (Temp.-Kontinua).
4) W. Anderson, Zeitschr. f. Phys. **20**, 166, 1923 (Sonnenkorona).
5) — Zeitschr. f. Phys. **28**, 299, 1924 (Sonnenkorona).
6) — Zeitschr. f. Phys. **33**, 273, 1925 (Sonnenkorona).
7) — Zeitschr. f. Phys. **34**, 453, 1925 (Sonnenkorona).
8) — Zeitschr. f. Phys. **35**, 757, 1925 (Sonnenkorona).
9) — Zeitschr. f. Phys. **37**, 342, 1926 (Sonnenkorona).
10) — Zeitschr. f. Phys. **38**, 530, 1926 (Sonnenkorona).
11) — Zeitschr. f. Phys. **41**, 51, 1926 (Sonnenkorona).
12) E. v. Angerer u. A. Müller, Physik. Zeitschr. **26**, 643, 1925 (Halogene).

13) M. Asterblumowna, C. R. séances polon. **3**, 79, 1927 (*Hg*).
14) J. Attfield, Phil. Trans. **152** (I), 223, 1862 (Flammenkont.).
15) G. Balasse, C. R. **184**, 1002, 1927 (*Cs*, *Cd*.)
16) — C. R. **184**, 1320, 1927 (*Hg*).
17) — Bull. de Belge (5) **13**, 543, 1927 (Metall-Kont.).
18) — C. R. **186**, 310, 1928 (Allg. üb. Kont.).
19) F. Baldet, Ann. de l'Obs. d'Astr. Phys. de Paris **7**, 1, 1926 (Kometen).
20) — „Recherches sur la constitution des comètes et sur les spectres du carbone", Orléans 1926.
21) Z. Bay u. W. Steiner, Zeitschr. f. Phys. **45**, 337, 1927 (Wasserstoffkont.).
22) — Zeitschr. f. Phys. Chem. **1**, 239, 1928 (Wasserstoff).
23) — Zeitschr. f. Elektrochem. 1928, 657 (Wasserstoff).
24) — Zeitschr. f. Phys. 1929 (Wasserstoff).
25) R. T. Birge u. H. Sponer, Phys. Rev. **28**, 259, 1926 (Sauerstoff).
26) P. M. S. Blacket u. J. Franck, Zeitschr. f. Phys. **34**, 389, 1925 (Wasserstoff).
27) L. u. E. Bloch, C. R. **174**, 1456, 1922 (Unterwass.-Funke).
28) — Journ. de Phys. et le Radium (6) **3**, 309, 1922 (Unterwass.-Funke).
29) N. T. Bobrovnikoff, Phys. Rev. (2) **29**, 210, 1927 (Kometen).
30) — Astroph. Journ. **66**, 145, 1927 (Kometen).
31) — Astroph. Journ. **66**, 439, 1927 (Kometen).
32) — Lick Obs. Bull. **408**, 18, 1929 (Kom. u. and. astr. Kont.).
33) N. Bohr, Phil. Mag. (6) **26**, 1, 1913 (Atomgrenzkont.).
34) — Kopenhagener Akad. Part II, § 6. Deutsche Übersetzung Braunschweig 1922 (Atomgrenzkont.).
35) L. de Boisbaudrau, „Spectres lumineux", Paris 1874 (Flammenkont.).
36) K. F. Bonhoeffer, Zeitschr. f. phys. Chem. **113**, 199, 1924 (Wasserstoff).
37) — u. E. Farkas, Zeitschr. f. phys. Chem. **134**, 337, 1928 (diff. Band.).
38) — u. W. Steiner, Zeitschr. f. phys. Chem. **122**, 287, 1926 (*Hf*).
39) M. Born u. J. Franck, Zeitschr. f. Phys. **31**, 411, 1925 (Quasimoleküle).
40) — W. Heisenberg u. P. Jordan, Zeitschr. f. Phys. **35**, 557, 1926 (Atomgrenzk.).
41) P. Bovis, Ann. d. Phys. (10) **10**, 232, 1928 (Halogene).
42) C. I. Brasefield, Phys. Rev. (2) **33**, 925, 1929 (Wasserstoff).
43) L. F. Brown, Science (N. S.) **69**, 191, 1929 (*Hg*).
44) R. Brunetti, Lincei Rend. (6) **2**, 252, 1925.
45) A. Carst, Ann. d. Phys. (4) **75**, 665, 1924 (Wasserstoff).
46) C. D. Child, Phys. Rev. **17**, 270, 1921 (*Hg*).
47) — Astroph. Journ. **55**, 329, 1922 (*Hg*).
48) Ch'ing-Sung Yü, Lick Bull. **12**, 104, 1926 (*H*-Grenzkont.).
49) H. Chrétien, C. R. **145**, 549, 1907 (Kometen).
50) G. Ciamician, Wien. Ber. **78** (2), 873, 1879 (Druckkont.).
51) G. B. Clinscales, Phys. Rev. **30**, 608, 1910 (Druckkont.).
52) W. H. Crew u. E. O. Hulburt, Phys. Rev. **27**, 800, 1926 (Wasserstoff).
53) — — Phys. Rev. **28**, 936, 1926 (Wasserstoff).
54) M. Curie, C. R. **177**, 1021, 1923 (Unterfluss. Funke).
55) L. H. Dawson u. W. H. Crew, Phys. Rev. **31**, 1109, 1928 (*Hg*).
56) P. Debye, Physik. Zeitschr. **18**, 428, 1917 (Atomgrenzkont.).
57) C. H. Dibbits, Pogg. Ann. **122**, 497, 1864 (Flammenkont.).
58) G. H. Dieke u. J. J. Hopfield, Zeitschr. f. Phys. **40**, 299, 1927 (H_2-Grenzkont.).
59) Donati, Astron. Nachricht. **62**, 378, 1864 (Kometen).
60) K. E. Dorsch u. H. Kallmann, Zeitschr. f. Phys. **44**, 563, 1927 (Wasserstoff).
61) H. W. Dove, Pogg. Ann. **104**, 186, 1858 (Kont. in Geißlerröhren).
62) J. Duclaux, C. R. **158**, 1879, 1914.
63) — C. R. **173**, 1355, 1921.
64) J. Dufay, C. R. **182**, 1331, 1926 (Blitz-Kont.).
65) M. Duffieux, C. R. **184**, 1434, 1927 (*Hg*).
66) A. Dufour, Ann. de Chim. et de Phys. **9**, 361, 1906 (Wasserstoff).
67) E. G. Dymond, Zeitschr. f. Phys. **34**, 553, 1925 (Molekülgrenzkont.).
68) J. M. Eder u. E. Valenta, „Beiträge zur Photochemie u. Spektralanalyse", Wien 1903.
69) P. S. Epstein, Proc. Amsterdam **23**, 1194, 1921 (Atomgrenzkont.).
70) — u. M. Muskat, Proc. Nat. Acad. Amer. **15**, 405, 1929 (Atomgrenzkont.).
71) E. J. Evans u. G. N. Antonoff, Astroph. Journ. **34**, 277, 1911 (Selen).
72) E. J. Evans, Astroph. Journ. **32**, 1, 1910 (Halog.).
73) — Astroph. Journ. **32**, 291, 1910 (Halog.).
74) — Astroph. Journ. **36**, 228, 1912 (Tellur).
75) — Phil. Mag. **31**, 55, 1916 (Halogenide).
76) J. Evershed, Phil. Trans. A. **197**, 399, 1901 (Balmergrenzkont.).
77) A. Fowler, Monthl. Not. **70**, 176, 1909 (Kometen).
78) — Monthl. Not. **70**, 484, 1910 (Kometen).
79) J. Franck, Zeitschr. f. Phys. **5**, 428, 1921 (Elektr. aff. Sp.).
80) — Zeitschr. f. phys. Chem. **120**, 144, 1926 (Molekülgrenzkont.).
81) — u. W. Grotrian, Zeitschr. f. Phys. **4**, 89, 1921 (*Hg*).
82) — — Zeitschr. f. techn. Phys. **3**, 194, 1922 (*Hg*).
83) — u. H. Kuhn, Zeitschr. f. Phys. **43**, 164, 1927 (*Ag f*).
84) — — Zeitschr. f. Phys. **44**, 607, 1927 (*Ag Br*, *Ag Cl*).
85) — H. Kuhn u. G. Rollefson, Zeitschr. f. Phys. **43**, 155, 1927 (Alkal-Halog.).
86) — u. R. W. Wood, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 84, 1911 (Halog.).
87) E. Frankland, Liebigs Ann. **6**, Suppl.-Bd., 311, 1868 (Druckkont.).
88) J. M. Freeman, Astroph. Journ. **64**, 122, 1926 (Wasserstoff).
89) E. Fues, Ann. d. Phys. (4) **81**, 195, 1926 (Intens. d. Atomgrenzkont.).
90) M. Fukuda, Scient. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Tokyo **6**, 1, 1927 (Temp.-Kont.).
91) H. G. Gale u. G. S. Monk, Phys. Rev. **29**, 211, 1927 (Halog.).
92) A. S. Ganesan, Indian Journ. of Phys. **3**, 95, 1928 (Neon-Kont.).
93) G. Gehlhoff u. K. Rottgardt, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 492, 1910 (Alkal.).

94) E. Gehrcke, Zeitschr. f. techn. Phys. **4**, 194, 1923 (Wasserstoff).
95) — u. E. Lau, Berl. Ber. 1923, 242 (Wasserstoff).
96) — — Ann. d. Phys. **76**, 673, 1925 (Wasserstoff).
97) W. Gerlach, Physik. Zeitschr. **24**, 467, 1923 (Halog.).
98) — u. F. Gromann, Zeitschr. f. Phys. **18**, 239, 1923 (Halog.).
99) — — Naturwissenschaften **13**, 608, 1925 (Halog.).
100) M. Gouy, Ann. de Chim. et Phys. (5) **18**, 1, 1879 (Flammenkont.).
101) W. Grotrian, Zeitschr. f. Phys. **5**, 148, 1921 (*Hg*).
102) A. Hagenbach u. H. Konen, Zeitschr. f. wiss. Photogr. **1**, 342, 1903 (*Hg*).
103) G. E. Hale u. N. A. Kent, Publ. Yerkes Obs. **3**, 1, 29, 1903 (Druckkont.).
104) L. Harris, Nature **118**, 482, 1926.
105) — Proc. Nat. Acad. Amer. **14**, 690, 1928.
106) G. H. Harrison, Phys. Rev. **24**, 466, 1924 (Atomgrenzkont.).
107) W. N. Hartley, Proc. Roy. Soc. **49**, 384, 1891 (*Hg*).
108) — Phil. Trans. A. **185**, 161, 1894 (Alkali-Flamm.).
109) — Proc. Roy. Soc. **76**, 428, 1905 (*Hg*).
110) — Proc. Roy. Soc. **79**, 242, 1907 (Alkali-Flamm.).
111) J. Hartmann, Physik. Zeitschr. **18**, 429, 1917 (Balmergrenzkont.).
112) V. Henri, „Structure des molecules", Paris 1925 (diff. Band.).
113) — u. S. A. Schou, Zeitschr. f. Phys. **49**, 774, 1928 (diff. Band.).
114) — u. M. C. Teves, C. R. **179**, 1156, 1924 (diff. Band.).
115) — u. R. Wurmser, Journ. de Phys. **8**, 289, 1927 (diff. Band.).
116) G. Herzberg, Physik. Zeitschr. **28**, 727, 1927 (Wasserstoff).
117) — Ann. d. Phys. **84**, 553, 1927 (Wasserstoff).
118) — Ann. d. Phys. **84**, 565, 1927 (Wasserstoff).
119) — Zeitschr. f. Phys. **46**, 878, 1928 (Sauerstoff).
120) E. Hiedemann, Zeitschr. f. Phys. **50**, 618, 1928 (Wasserstoff).
121) F. Himstedt u. H. v. Dechend, Physik. Zeitschr. **9**, 852, 1908 (Wasserstoff).
122) F. S. Hogg, Journ. of the Roy. Astron. Soc. Canada **23**, 57, 1929 (Kometen).
123) P. R. Hogness u. J. Franck, Zeitschr. f. Phys. **44**, 26, 1927 (Molekülgrenzkont.).
124) R. Holm u. Th. Krüger, Physik. Zeitschr. **20**, 1, 1919 (Wasserstoff).
125) J. Holtsmark, Physik. Zeitschr. **20**, 88, 1919 (Atomgrenzkont.).
126) J. J. Hopfield, Phys. Rev. **20**, 573, 1922 (H_2-Grenzkont.).
127) — Phys. Rev. **29**, 356, 1927 (N_2-Grenzkont.).
128) T. Hori, Scient. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Tokyo **4**, 59, 1926 (Temp.-Kont.).
129) F. Horton u. A. C. Davies, Phil. Mag. **46**, 872, 1923 (Wasserstoff).
130) — — Nature **113**, 273, 1924 (Wasserstoff).
131) F. G. Houtermans, Zeitschr. f. Phys. **41**, 140, 1927 (*Hg*).
132) J. Huddleston, Phys. Rev. **18**, 327, 1921 (Druck-Kontinuum).
133) W. u. Lady Huggins, „Atlas of representative stellar spectra", London 1899 (Atomgrenzkontinua).
134) E. O. Hulbert, Phys. Rev. **22**, 24, 1923 (Linienverbreiterung).
135) — Phys. Rev. **23**, 107, 1924 (Linienverbreiterung).
136) — Journ. Frankl. Inst. **201**, 777, 1926 (Linienverbreiterung).
137) W. J. Humphreys, Astroph. Journ. **26**, 18, 1907 (Druck-Kontinua).
138) A. Jablonski, Zeitschr. f. Phys. **45**, 878, 1927 (*Cd*).
139) W. Jevons, Proc. Roy. Soc. **110**, 365, 1926 (Halogenid).
140) H. Jezewsky, C. R. Soc. Pol. de phys. **3**, 161, 1927 (*Hg*).
141) — Journ. de Phys. et le Radium (6) **9**, 278, 1928 (Wasserst. u. *Hg*).
142) M. C. Johnson, Monthl. Not. **85**, 813, 1925 (Atomgrenzkont.).
143) — Monthl. Not. **86**, 300, 1926 (Atomgrenzkont.).
144) W. Jungjohann, Zeitschr. f. wissenschaftl. Photogr. **9**, 84, 1910 (Wasserstoff).
145) A. Kalähne, Wied. Ann. **65**, 815, 1898 (Halog., *Hg*, *Cd*).
146) J. Kaplan, Proc. Nat. Acad. Amer. **13**, 760, 1927 (Wasserstoff).
147) W. Kasperowicz, Elektrochem. Zeitschr. **27**, 24, 1920 (Unterwasserfunke).
148) H. Kayser, „Handbuch der Spektroskopie", Bd. II.
149) C. Kenty u. L. A. Turner, Phys. Rev. **31**, 710, 1928 (Ar.-Nachleucht.).
150) L. Kilching, Zeitschr. f. wissenschaftl. Photographie **15**, 293, 1916 (Halog.).
151) G. Kirchhoff u. R. Bunsen, Pogg. Ann. **110**, 161, 1860 (Flammenkont.).
152) — — Pogg. Ann. **113**, 337, 1861 (Flammenkont.).
153) V. Kondratjew, Nature **121**, 571, 1928 (Alkali-Halogenide).
154) — u. A. Leipunsky, Zeitschr. f. Phys. **50**, 366, 1928 (Halogene).
155) — — Zeitschr. f. Phys. **56**, 353, 1929 (Halogene).
156) H. Konen, Ann. d. Phys. **65**, 257, 1898 (Halogen).
157) — Ann. d. Phys. **9**, 742, 1902 (Unterwasserfunke).
158) E. Körnicke, Zeitschr. f. Phys. **33**, 219, 1925 (*Hg*).
159) R. de Kronig, Zeitschr. f. Phys. **50**, 347, 1928 (diff. Band. theor.).
160) H. Kuhn, Zeitschr. f. Phys. **39**, 77, 1926 (Halogene).
161) R. Ladenburg, Jahrb. d. Radioakt. **17**, 430, 1921 (Atomgrenzkont.).
162) E. R. Laird, Astroph. Journ. **14**, 85, 1901 (Halogene).
163) St. Landau u. H. Piwnikiewicz, Physik. Zeitschr. **14**, 381, 1913 (*Hg*).
164) E. Lau, Ann. d. Phys. **77**, 183, 1925 (Wasserstoff).
165) — Naturwissenschaften **14**, 982, 1926 (Wasserstoff).
166) Lawson, Phil. Mag. **26**, 966, 1913 (Wasserstoff).
167) F. Leder, Ann. d. Phys. **24**, 305, 1907 (Alkalien).
168) S. W. Leifson, Astroph. Journ. **63**, 73, 1926 (Molekülgrenzkont.).

169) H. B. Lemon, Nature **113**, 127, 1924 (Wasserstoff).
170) — Nature **113**, 570, 1924 (Wasserstoff).
171) P. Lenard, Ann. d. Phys. **17**, 197, 1905 (Flammenkontinua).
172) Mc. Lennan, Proc. Roy. Soc. **88**, 284, 1913 (Halogene).
173) — Proc. Roy. Soc. **91**, 23, 1916 (Halogene).
174) — u. E. Edwards, Phil. Mag. **30**, 695, 1915 (*Zn*, *Cd*, *Hg*).
175) E. P. Levis, Science **41**, 947, 1915 (Wasserstoff).
176) — Phys. Rev. **16**, 367, 1920 (Wasserstoff).
177) St. van der Lingen, Zeitschr. f. Phys. **6**, 403, 1921 (*Cd*).
178) — u. R. W. Wood, Astroph. Journ. **54**, 149, 1921 (*Hg*).
179) — Zeitschr. f. Phys. **10**, 38, 1922 (*Hg*).
180) G. D. Liveing, Proc. Camb. Phil. Soc. **12**, 337, 1904 (Halog.).
181) — u. Dewar, Proc. Roy. Soc. **49**, 217, 1891 (Druckkont.).
182) H. Ludendorff, Berl. Ber. **5**, 83, 1925 (Korona).
183) E. B. Ludlam u. W. West, Proc. Edinburgh Soc. **44**, 185, 1924 (Halog.).
184) Th. Lyman, Nature **118**, 156, 1926 (Druckkontinuum).
185) — Astroph. Journ. **60**, 1, 1924 (Druckkontinuum).
186) R. Mecke, Ann. d. Phys. **71**, 104, 1923 (Halog.).
187) T. R. Merton u. S. Barrat, Phil. Trans. **222**, 369, 1922 (Wasserstoff).
188) E. Meyer, Zeitschr. f. Phys. **37**, 639, 1926 (*Hg*)
189) R. Minkowski, Zeitschr. f. Phys. **55**, 16, 1929 (Linienverbreiterung).
190) F. L. Mohler, Phys. Rev. **31**, 187, 1928 (Atomgrenzkontinuum).
191) B. E. Moore, Astroph. Journ. **54**, 191, 1921 (Metalldampfkontinua).
192) — Astroph. Journ. **54**, 246, 1921 (Metalldampfkontinua).
193) H. R. Moore, Science **66**, 543, 1927 (*Hg*-Edelgasbanden).
194) S. Mrozowski, Zeitschr. f. Phys. **50**, 657, 1928 (*Hg*).
195) — Zeitschr. f. Phys. **54**, 422, 1929 (*Hg*).
196) — Zeitschr. f. Phys. **55**, 338, 1921 (*Hg*).
197) A. Müller, Ann. d. Phys. **82**, 39, 1927 (Alkalihalogenide).
198) G. Nakamura, Jap. Journ. Phys. **1**, 1, 1922 (*Hg*).
199) F. H. Newman, Phil. Mag. **646**, 420, 1923 (Alkalien).
200) — Phil. Mag. **48**, 159, 1924 (Alkalien).
201) — Phil. Mag. (7) **6**, 807, 1928 (Wasserstoff).
202) J. W. Nicholson, Monthl. Not. **85**, 253, 1925 (Balmergrenzkont.).
203) H. Niewodniczanski, Nature **117**, 555, 1926 (*Hg*).
204) — Nature **118**, 877, 1926 (*Hg*).
205) — C. R. Soc. Pol. Phys. **3**, 31, 1927 (*Hg*).
206) — Zeitschr. f. Phys. **49**, 59, 1928 (*Hg*).
207) O. Oldenberg, Zeitschr. f. Phys. **18**, 1, 1923 (Halog.).
208) — Zeitschr. f. Phys. **25**, 136, 1924 (Halog.).
209) — Zeitschr. f. Phys. **27**, 189, 1924 (Halogene).
210) — Zeitschr. f. Phys. **41**, 1, 1927 (Wasserstoff).
211) — Zeitschr. f. Phys. **47**, 184, 1927 (*Hg*).
212) — Zeitschr. f. Phys. **51**, 605, 1928 (*Hg*).
213) — Zeitschr. f. Phys. **55**, 1, 1929 (*Hg*).
214) — Zeitschr. f. Phys. **56**, 563, 1929 (Molekülgrenzkont.).
215) J. R. Oppenheimer, Zeitschr. f. Phys. **41**, 268, 1927 (Atomgrenzkont.).
216) L. S. Ornstein u. M. Minnaert, Zeitschr. f. Phys. **43**, 404, 1927 (Atomgrenzkont.).
217) F. Paschen, Berl. Ber. 1926, 135 (*He*-Grenzkontinuum).
218) F. S. Phillips, Proc. Roy. Soc. **89**, 39, 1913 (*Hg*).
219) Pienkowski, Bull. Acad. Pol. (A) **11**, 241, 1928 (*Hg*).
220) — Zeitschr. f. Phys. **50**, 787, 1928 (*Hg*).
221) Piwnikiewicz, Rozpr. Ak. Um. Krakow (A) **14**, 61, 1914 (*Hg*).
222) J. Plücker, Cosmos **21**, 283 u. 312, 1862 (Flammenkontinua).
223) — u. W. Hittorf, Phil. Trans. **155** (I), 22, 1865 (Wasserstoff).
224) P. Pringsheim, Zeitschr. f. Phys. **5**, 130, 1921 (Halogene).
225) — Zeitschr. f. Phys. **7**, 206, 1921 (Halogene).
226) — „Fluoreszenz und Phosphoreszenz . . .", Berlin 1923.
227) — u. B. Rosen, Zeitschr. f. Phys. **50**, 1, 1928 (Halogene).
228) — u. Terenin, Zeitschr. f. Phys. **47**, 330, 1928 (*Hg*).
229) S. Ray, Physik. Zeitschr. **27**, 627, 1926.
230) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. **108**, 262, 1925 (*Hg*).
231) — Proc. Roy. Soc. **111**, 456, 1926 (*Hg*).
232) — Nature **118**, 767, 1926 (*Hg*).
233) — Proc. Roy. Soc. **114**, 620, 1927 (*Hg*).
234) — Proc. Roy. Soc. **116**, 702, 1927 (*Hg*).
235) — Proc. Roy. Soc. **119**, 349, 1928 (*Hg*).
236) — Nature **123**, 127, 1929 (*Hg*).
237) — Nature **123**, 488, 1929 (*Hg*).
238) G. Ribaud, Ann. de Phys. **12**, 107, 1919 (Halogene).
239) O. W. Richardson u. T. Tanaka, Nature **113**, 192, 1923 (Wasserstoff).
240) — — Proc. Roy. Soc. **106**, 640, 1924 (Wasserstoff).
241) B. Rosen, Zeitschr. f. Phys. **43**, 69, 1927 (diff. Banden b. *S*).
242) — Zeitschr. f. Phys. **52**, 16, 1928 (diff. Banden).
243) H. Rosenberg, Astroph. Journ. **30**, 267, 1908 (Kometen).
244) G. Salet, Pogg. Ann. **147**, 320, 1872 (Halog.).
245) O. Schenk, Zeitschr. f. anal. Chem. **12**, 387, 1873 (Druckkontinuum).
246) E. Schmidt, Zeitschr. f. Phys. **31**, 475, 1925 (*Hg*).
247) H. Schüler u. K. L. Wolf, Zeitschr. f. Phys. **33**, 42, 1925 (Wasserstoff).
248) — — Zeitschr. f. Phys. **35**, 477, 1926 (Wasserstoff).
249) A. Schuster, Phil. Trans. **170**, 37, 1879 (Sauerstoff).
250) R. Seeliger, Physik. Zeitschr. **30**, 329, 1929 (Grenzkontinua).
251) — u. E. Pommerrenig, Ann. d. Phys. (4) **59**, 589, 1919 (Wasserstoff).
252) N. Siracusano, Lincei Rend. (6) **7**, 835, 1928 (Halogene).
253) V. D. Snyder, Journ. Amer. Chem. Soc. **49**, 2510, 1927 (Unterwasserfunke).
254) K. Sommermeyer, Zeitschr. f. Phys. **56**, 548, 1929 (Alkalihalogenide).
255) J. Stark, Ann. d. Phys. **16**, 490, 1905 (*Hg*).
256) — Ann. d. Phys. **52**, 255, 1917 (Allg. Kont.-Theor.).

257) J. Stark, M. Görcke u. M. Arndt, Ann. d. Phys. **54**, 81, 1917 (Wasserstoff).
258) — u. G. Wendt, Physik. Zeitschr. **14**, 561, 1913 (*Hg*).
259) — — Physik. Zeitschr. **14**, 567, 1913 (*Hg*).
260) W. Steubing, Physik. Zeitschr. **10**, 466, 1909 (*Hg*).
261) — Ann. d. Phys. **58**, 55, 1919 (Halogene).
262) — Ann. d. Phys. **64**, 673, 1921 (Halogene).
263) — Zeitschr. f. Phys. **32**, 159, 1925 (Halogene).
264) N. W. Storer, Lick Obs. Bull. **410**, 41, 1929 (Photom. v. Sternsp.).
265) H. Stücklen, Zeitschr. f. Phys. **30**, 24, 1924 (Unterwasserfunke).
266) O. Stuhlmann, Jr. u. M. W. Trawick, Phys. Rev. **33**, 287, 1929 (*Hg*).
267) Y. Sugiura, Zeitschr. f. Phys. **44**, 190, 1927 (Grenzkont.).
268) — Journ. de Phys. et le Radium **8**, 113, 1927 (Atomgrenzkont.).
269) Y. Takahashi, Jap. Journ. Phys. **4**, 103, 1927 (Wasserstoff).
270) — u. Y. Hukumoto, Sc. Reports Tôhoku Univ. **17**, 675, 1928 (Wasserstoff).
271) T. Takamine, Zeitschr. f. Phys. **37**, 72, 1926 (*Hg*).
272) J. T. Tate, Phys. Rev. **25**, 110, 1925 (*Hg*).
273) A. Terenin, Zeitschr. f. Phys. **44**, 713, 1927 (Molekülgrenzkont.).
274) B. Trumpy, Zeitschr. f. Phys. **47**, 804, 1928 (*Na*).
275) H. C. Urey u. J. R. Bates, Phys. Rev. **33**, 279, 1929 (Halogene).
276) W. H. Mc. Vicker, J. K. Marsh u. A. W. Stewart, Journ. Amer. Chem. Soc. **46**, 1351, 1924 (Mol.-Grenzkont.).
277) — — — Journ. Amer. Chem. Soc. **128**, 17, 1926 (Luminesz.-Kont.).
278) K. Vogt u. J. Koenigsberger, Zeitschr. f. Phys. **13**, 292, 1922 (Halogene).
279) H. Volkringer, C. R. **183**, 780, 1926 (*Hg*).
280) — C. R. **184**, 150, 1927 (*Hg*).
281) — C. R. **186**, 1717, 1928 (*Zn*).
282) — C. R. **188**, 321, 1929 (*Hg*).
283) Walter u. S. Barrat, Proc. Roy. Soc. **122**, 201, 1928 (*Hg*).
284) E. Warburg, Wied. Ann. **40**, 14, 1890 (*Hg*).
285) H. E. Watson, Proc. Roy. Soc. **82**, 189, 1909 (Wasserstoff).
286) G. Wendt u. R. A. Wetzel, Ann. d. Phys. **50**, 419, 1916 (Wasserstoff).
287) F. R. Weston, Proc. Roy. Soc. **109**, 185, 1925 (Flammenkont.).
288) M. Weth, Ann. d. Phys. **62**, 589, 1920 (Wasserstoff).
289) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. **57**, 447, 1896 (Alkalien).
290) — — Wied. Ann. **57**, 454, 1896 (*Hg*).
291) J. G. Winans, Phys. Rev. **31**, 710, 1928 (*Hg Zn*).
292) J. G. Winans u. E. C. G. Stueckelberg, Proc. Nat. Acad. Amer. **14**, 678, 1928 (Wasserstoff).
293) E. E. Witmer, Proc. Nat. Acad. Amer. **12**, 238, 1926 (Molekülgrenzkont.).
294) K. L. Wolf, Zeitschr. f. Phys. **35**, 490, 1926 (Halogene).
295) R. W. Wood, Astroph. Journ. **26**, 41, 1907 (*Hg*).
296) — Astroph. Journ. **29**, 100, 1909 (Atomgrenzkont. *Na*).
297) — Phil. Mag. (6) **18**, 530, 1909 (Atomgrenzkont. *Na*).
298) — Phys. Opt. 1911, 513 (Atomgrenzkont. *Na*).
299) — Proc. Roy. Soc. **97**, 455, 1920 (Wasserstoff).
300) — u. D. V. Guthrie, Astroph. Journ. **29**, 211, 1909 (*Cd, Tl*).
301) — u. C. F. Meyer, Phil. Mag. **30**, 454, 1915 (Halogene).
302) — u. Voß, Nature **121**, 418, 1928 (*Hg*).
303) W. H. Wright, Lick Obs. Bull. **9**, 54, 1917 (Balmergrenzkont.).
304) — Publ. Lick Obs. **13**, 256, 1918 (Balmergrenzkont.).
305) — Proc. Amer. Phil. Soc. **49**, 530, 1920 (Wasserstoff).
306) — Lick Obs. Bull. **10**, 101, 1921 (Balmergrenzkont.).
307) — Nature **109**, 810, 1922 (Balmergrenzkont.).
308) A. Wüllner, Pogg. Ann. **135**, 504, 1868 (Wasserstoff).
309) — Pogg. Ann. **137**, 337, 1869 (Druckkontinua).
310) — Pogg. Ann. **147**, 321, 1872 (Druckkontinua).
311) J. Wyneken, Ann. d. Phys. (4) **86**, 1071, 1928 (Unterwasserfunke).

Nachtrag bei der Korrektur:

312) E. U. Condon, Phys. Rev. **32**, 858, 1928 (Molekül-Grenzkontinua).
313) D. Chalonge u. Lambrey, C. R. **188**, 1104, 1929 (Wasserstoff).
314) — u. Ny Tsi Zé, C. R. **189**, 243, 1929 (Wasserstoff).
315) I. M. Eder u. E. Valenta, Denkschr. Wien. Akad. **68**, 437, 1900 (Drucksp. *Cl*).
316) — — Denkschr. Wien. Akad. **68**, 523, 1900 (Drucksp. *Br*).
317) J. Holtsmark, Zeitschr. f. Phys. **54**, 761, 1929 (Drucksp.).
318) G. Joos, Physik. Zeitschr. **30**, 168, 1929 (Drucksp.).
319) J. Kaplan, Phys. Rev. **33**, 638, 1929 (Wasserstoff).
320) F. W. Loomis u. A. A. Allen, Phys. Rev. **33**, 639, 1929 (Halog.).
321) R. Mecke u. R. Wildt, Zeitschr. f. Phys. **58**, 1929 (Korona).
322) H. Niewodniczanski, Zeitschr. f. Phys. **55**, 676, 1929 (*Hg*).
323) W. N. Thornton u. W. H. Crew, Phys. Rev. **33**, 1072, 1929 (*Hg*)

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Schallaufnahme durch das äußere Ohr[1]).

Von Joachim Tröger.

(Mitteilung aus dem Institut für Schwachstromtechnik der Techn. Hochschule Dresden.)

Die Wirkungsweise des Ohres bei der Schallaufnahme aus dem Luftmedium ist ein Problem, das einmal dadurch untersuchenswert erscheint, daß hier die Natur selbst einen Schallaufnahmeapparat entwickelt hat, der in Hinsicht auf Empfindlichkeit und auf Umfang des Meßbereiches heute selbst mit den modernsten Hilfsmitteln der Technik noch nicht nachgebildet werden kann. Andererseits ist für die Konstruktion aller Apparate, die dem Ohr Schallenergien zuführen sollen, die Kenntnis der Aufnahmebedingungen am Ohr notwendig, insbesondere auch für alle Messungen, die mit einem sog. künstlichen Ohr gemacht werden, das ja die gleichen Aufnahmebedingungen wie das Ohr besitzen soll.

Umfassende Untersuchungen zu diesem Problem sind bisher in der Literatur nicht bekannt geworden. Die von Frank[2]) entwickelte Theorie der Schalleitung im Ohr bietet mechanische Analogien, die jedoch wegen der fehlenden mechanischen Konstanten keine absoluten Rückschlüsse zulassen können. Wegel und Lane[3]) geben als mechanischen Widerstand des Trommelfells den Wert von 20 — 30 cgs-Einheiten für das Verhältnis Druck zu Geschwindigkeit in einem Frequenzbereich von 200 — 4000 Hertz an, ein Wert, der ungefähr die Größenordnung treffen soll[4]).

Über die Phasenzustände am Trommelfell ist im allgemeinen die Ansicht vertreten, daß die Druckamplitude vorm Trommelfell die Schallempfindung hervorruft[1]). Dynamischen Charakter schreibt Weinberger[2]) der Schallaufnahme zu.

I. Entwicklung der Meßmethode.

Der Kernpunkt des zur Untersuchung gestellten Problems ist das Verhalten des Trommelfells gegenüber dem zugeführten Schall. Dieses Verhalten ist charakterisierbar durch die Beziehung zwischen der angreifenden Kraft und der erzeugten Geschwindigkeit hinsichtlich der Größe und des zeitlichen Verhältnisses. Die mechanischen Größen Druck und Geschwindigkeit entsprechen den elektrischen Größen Spannung und Stromstärke. Mit dieser Analogie kann man sich die akustischen Verhältnisse durch die weit entwickelten Begriffe und Theorien der Elektrotechnik veranschaulichen und unter Umständen ein der elektrischen Meßtechnik bekanntes Prinzip zur Untersuchung des akustischen Problems übertragen.

Die Untersuchung am Trommelfell kann, mit der Sprache der Elektrotechnik gesagt, als Bestimmung vom Verhältnis Spannung zu Stromstärke am Trommelfell, d. h. als Bestimmung eines Widerstandes aufgefaßt werden. Die Bestimmung ist für Amplitude und Phase durchzuführen. Eine meßtechnische Bedingung wird dabei durch das Trommelfell gestellt, daß an dem zu messenden Widerstand selbst keine Meßinstrumente angebracht werden können, daß vielmehr nur eine Methode brauchbar ist, die indirekt irgend eine Rückwirkung des Widerstandes zur Messung ausnützt. Eine solche Methode stellt das in der Hochfrequenztechnik bekannte Lechersche Drahtsystem dar. Eine Drahtleitung wird elektrisch in seiner Eigenschwingung erregt. Durch Indikatoren kann die Strom- und Spannungsverteilung längs der Leitung ermittelt werden. Schaltet man an einem Ende der Leitung einen Widerstand ein, so werden die Zustände auf der Leitung beeinflußt. Aus der Änderung der Eigenschwingung bzw. der Strom- und Spannungsverteilung kann auf die Blindkomponente des zugeschalteten Widerstands, aus der Dämpfungsänderung auf die Wirkkomponente geschlossen werden.

Das Lechersche Drahtsystem läßt sich zur akustischen Messung in hervorragender Analogie durch eine Rohrleitung nachbilden, da die Phasen der Leitungscharakteristiken in beiden Fällen

1) Im Auszug vorgetragen auf der Sitzung des Gauvereines Thüringen-Sachsen-Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 3. Juni 1928 in Dresden.

2) O. Frank, Bayr. Akad. d. Wiss. 1923.

3) Bell System, Bd. 4, S. 375, Juli 1925.

4) Nach Abschluß vorliegender Arbeit wird eine Veröffentlichung im P. O. E. E. J. bekannt, die das gleiche Problem behandelt: W. West, Measurements of acoustical impedances of human ears, worin folgende Methode zur Messung angegeben wird: Ein Resonator in Rohrform wird von einem Schallsender erregt, durch ein Kondensatormikrophon wird der Schalldruck im Resonator gemessen. Der Schalldruck steht in direkter Beziehung zur Dämpfung im Resonator. Diese Beziehung wird durch Abschluß des Resonators mit bekannten Dämpfungsgrößen geeicht. Wird das Ohr an den Resonator gebracht, so kann durch Vergleich des gemessenen Schalldruckes auf das akustische Verhalten des Ohres geschlossen werden. Die für fünf Frequenzen angegebenen Meßwerte beziehen sich auf die untersuchte Kombination Ohr und Telephonmuschel, mit deren Hilfe das Ohr an den Resonator angelegt wird. Auf die Phasenzustände am Trommelfell können diese Meßwerte keinen Hinweis geben.

1) Vgl. Geiger-Scheel, Handb. d. Phys. Bd. VIII. Akustik. Kap. 11, 4.

2) Weinberger, Proc. Inst. Rad. Eng. Bd. 12, S. 745, 1924.

ohmisch sind und ebenso auch die Dämpfung gering ist, wenn die akustische Leitung eine große Rohrweite besitzt. Von einem Rohrende aus wird die Rohrleitung durch einen Schallsender erregt, an das andere Rohrende wird der zu messende Widerstand, das Ohr, gebracht. Die Rohrkonstanten können (analog dem Leerlauf- und Kurzschlußversuch beim Lechersystem) durch Messung bei geschlossenem bzw. offenem Rohrende bestimmt werden. Bei Messung mit offenem Rohrende tritt allerdings Strahlung ein, so daß das Rohr durch einen gewissen Strahlungswiderstand abgeschlossen erscheint und außerdem in seiner wirksamen Länge verändert ist. Es ist daher die Messung bei Leerlauf (geschlossenes Rohrende) für die Konstantenbestimmung allein geeignet.

Die Messung der Druckverteilung im Rohr kann mit Hilfe des Kompensationstelephones vorgenommen werden, das von Tischner[1]) eingehend beschrieben ist. Die Rohrwandung wird an der Meßstelle durch eine Membran ersetzt, der an der Membran angreifende Schalldruck wird elektromagnetisch durch ein Telephon-Magnetsystem kompensiert. Die dem Magnetsystem zur Kompensation zugeführte elektrische Spannung ist dem Schalldruck an der Meßstelle proportional. Der Phasenwinkel der Kompensationsspannung gibt den Phasenwinkel des Druckes an der Meßstelle an, verschoben um den konstanten Betrag des elektro-akustischen Phasenwinkels des Kompensationstelephons. Die Kompensation selbst wird daran erkannt, daß die Membran stillsteht, nachweisbar durch einen an der Membran angebrachten Mikrophonkontakt. Gleichzeitig ist durch die Kompensation erreicht, daß an der Meßstelle Schallenergie weder entzogen noch zugeführt wird, der Zustand der Leitung wird also durch die Meßstelle nicht gestört.

Auf die Messung der Geschwindigkeitsgrößen kann verzichtet werden, solange die Erregungsbedingung am Schallsender konstant bleibt. Dies kann man schlechthin nicht annehmen, da der Schallsender mit einem Rohrsystem belastet wird, das in und außerhalb der Resonanz erregt werden muß. Ist diese Resonanz gleichzeitig eine Resonanz des Schallsenders, so wird dadurch die Endbedingung an der Erregungsstelle — Geschwindigkeit null — durch die vergrößerte Amplitude im Rohr verändert, was einer zusätzlichen Dämpfung entspricht. Will man einwandfreie Meßergebnisse erzielen, so muß diesem Punkte stets besondere Beachtung geschenkt werden.

Für die beabsichtigte Widerstandsbestimmung genügt die Ermittlung der Lage und Größe der Druckmaxima und -minima, wofür der Nachweis später erbracht wird. Da es experimentell schlecht durchführbar ist, die Meßstelle längs der Rohrleitung zur Messung zu verschieben, so können die Maxima und Minima entweder durch Änderung der Leitungslänge oder durch Frequenzänderung zur Meßstelle hingebracht werden. An sich erscheint das Letztere vorteilhafter, da eine Frequenzänderung an einem elektrischen Tonfrequenzgenerator durch Kapazitätsänderung leicht und genau meßbar ausgeführt werden kann, während für eine Längenänderung die Rohrleitung wenigstens für eine gewisse Länge ineinander schiebbar zusammengestellt werden muß, womit Querschnittsänderungen und sonstige Fehlerquellen bedingt sind. Dennoch werden, sobald die Resonanzschärfe nicht sehr groß ist, bei Längenänderung der Leitung genauere Meßresultate erhalten als bei Frequenzänderung. Es gehen dann durch die Frequenzänderung soviel Frequenzabhängigkeiten der Meßapparatur ein, die sich ganz zufällig überlagern und unter Umständen die Ergebnisse vollkommen fälschen können. Für die vorliegenden Messungen ist daher die Längenänderung bevorzugt worden, unter der besonderen Vorsichtsmaßregel, daß die Leitungsgrößen jeweils für die zur Messung benutzten Rohrzusammenstellungen experimentell bestimmt wurden.

1) Tischner, ENT 1929.

II. Mathematische Grundlagen der Meßmethode.

Die Druck- und Geschwindigkeitsverhältnisse in der Rohrleitung können auch mathematisch analog den Spannungs- und Stromverhältnissen auf elektrischen Leitungen behandelt werden.

Es bezeichnen:

$\mathfrak{P}$ die Druckamplitude einer sinusförmigen Schallwelle am Ausgangspunkt,

$\mathfrak{p}$ die Druckamplitude an einer Stelle der Leitung,

$\mathfrak{U}$ die Geschwindigkeitsamplitude der Schallwelle am Ausgangspunkt,

u die Geschwindigkeitsamplitude an einer Stelle der Leitung,

ε die Schallgeschwindigkeit,

γ das Übertragungsmaß, das ist die komplexe Summe des Dämpfungs- und des Winkelmaßes,

und schließlich die Indizes a bzw. b die Größen der einfallenden bzw. der reflektierten Schallwellen.

Dann gilt an der Stelle x der Rohrleitung für den Druck die Gleichung

$$\mathfrak{p} = (\mathfrak{P}_a + \mathfrak{P}_b) \operatorname{Cof} \gamma x + (\mathfrak{P}_a - \mathfrak{P}_b) \operatorname{Sin} \gamma x \quad \text{(I)}$$

für die Geschwindigkeit die Gleichung

$$u = (\mathfrak{U}_a + \mathfrak{U}_b) \operatorname{Cof} \gamma x + (\mathfrak{U}_a - \mathfrak{U}_b) \operatorname{Sin} \gamma x, \quad \text{(II)}$$

wobei die Länge x vom Verbraucherende her zu rechnen ist.

Allgemein gilt für die Leitung, daß das Verhältnis Druck zu Geschwindigkeit der fortschreitenden Wellen stets gleich der Charakteristik $\mathfrak{Z}$ der Leitung ist, also

$$\mathfrak{Z} = \frac{\mathfrak{P}_a}{\mathfrak{U}_a} = -\frac{\mathfrak{P}_b}{\mathfrak{U}_b}. \qquad \text{(III)}$$

a) Berechnung für Leerlauf.

Für den Fall des Leerlaufes (Rohrende geschlossen) sind als Endbedingungen für die Leitung gegeben:
an der Stelle $x = 0$ $u_{x=0} = 0$,
an der Stelle $x = l$ $u_{x=l} = \text{const}$ (konst. Schallerregung.)

Wendet man nun Gleichung (II) für die Stelle $x = 0$ an, so erhält man

$$u_{x=0} = 0 = (\mathfrak{U}_a + \mathfrak{U}_b)\mathfrak{Cof}\,\gamma\cdot 0 + (\mathfrak{U}_a - \mathfrak{U}_b)\mathfrak{Sin}\,\gamma\cdot 0,$$

woraus

$$0 = \mathfrak{U}_a + \mathfrak{U}_b \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{U}_a = -\mathfrak{U}_b$$

und damit aus Gleichung (III):

$$\mathfrak{Z} = \frac{\mathfrak{P}_a}{\mathfrak{U}_a} = \frac{\mathfrak{P}_b}{\mathfrak{U}_b}$$

erhalten wird:

$$\underline{\mathfrak{P}_a = \mathfrak{P}_b.}$$

Die Gleichungen (I) und (II) gehen dadurch in die einfache Form über:

$$\mathfrak{p} = 2\,\mathfrak{P}_a \cdot \mathfrak{Cof}\,\gamma x \qquad \text{(Ia)}$$

$$u = 2\,\mathfrak{U}_a\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x\,. \qquad \text{(IIa)}$$

Aus der Erregungsbedingung $u_{x=l} = \text{const}$ ergibt sich nun:

$$u_{x=l} = \text{const} = 2\,\mathfrak{U}_a\,\mathfrak{Sin}\,\gamma l$$

$$\text{bzw.} \quad \mathfrak{U}_a = \frac{\text{const}}{2\,\mathfrak{Sin}\,\gamma l},$$

so daß aus der Beziehung $\mathfrak{Z} = \frac{\mathfrak{P}_a}{\mathfrak{U}_a}$ $\mathfrak{P}_a$ bestimmt werden kann:

$$\mathfrak{P}_a = \text{const} \cdot \frac{\mathfrak{Z}}{2\,\mathfrak{Sin}\,\gamma l},$$

wodurch die Gleichung (Ia) geschrieben werden kann:

$$\mathfrak{p} = \text{const} \cdot \frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l} \cdot \mathfrak{Cof}\,\gamma x\,. \qquad \text{(Ib)}$$

Wird mit Hilfe des Kompensationstelephons der Druck an der zweiten Druckmaximumstelle (vom Schallsender aus gerechnet) gemessen — an der ersten Druckmaximumstelle, also am Schallsender, läßt sich das Kompensationstelephon rein technisch schlecht anbringen, — so ist der Abstand der Meßstelle vom Schallsender stets eine halbe Wellenlänge, unter Vernachlässigung der kleinen Länge, die durch die Erregungsgeschwindigkeit vom Schallsender übernommen wird. Für diese Anordnung der Meßstelle ist der Druck an der Meßstelle $\mathfrak{p}_m$ nach der Gleichung (Ib)

$$\mathfrak{p}_m = \text{const} \cdot \frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l} \cdot \mathfrak{Cof}\,\gamma\left(l - \frac{\lambda}{2}\right) \qquad \text{(IV)}$$

oder unter Berücksichtigung, daß

$$\gamma\frac{\lambda}{2} = \beta\frac{\lambda}{2} + j\alpha\frac{\lambda}{2} = \frac{\beta\lambda}{2} + j\pi:$$

$$\mathfrak{p}_m = \text{const}\,\mathfrak{Z}\left(\mathfrak{Cotg}\,\gamma l \cdot \mathfrak{Cof}\frac{\beta\lambda}{2} - \mathfrak{Sin}\frac{\beta\lambda}{2}\right) \qquad \text{(IVa)}$$

$\frac{\beta\lambda}{2}$ ist meist eine kleine Größe, sodaß $\mathfrak{Cof}\frac{\beta\lambda}{2} \approx 1$ und $\mathfrak{Sin}\frac{\beta\lambda}{2} \approx 0$ gesetzt werden können. Es ist dann

$$\mathfrak{p}_m = \text{const} \cdot \mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{Cotg}\,\gamma l, \qquad \text{(IVb)}$$

das ist aber genau genommen der Druck, der sich aus Gleichung (Ib) für die Erregungsstelle $x = l$ ergibt. Die Druckmaxima längs der Rohrleitung unterscheiden sich nur um ein Geringes, solange die Dämpfung gering ist. Man kann dies aus der allgemeinen Beziehung $\mathfrak{p} = \text{const}\cdot\mathfrak{Cof}\,\gamma x$ leicht ableiten[1]). Es zeigt sich, daß die absoluten Beträge der örtlich aufeinanderfolgenden Maxima im Verhältnis stehen:

$$|A_{x=0}| : |A_{x=\frac{\lambda}{2}}| : |A_{x=\lambda}| : \ldots$$

$$= 1 : 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\beta\lambda}{2}\right)^2 : 1 + \frac{1}{2}(\beta\lambda)^2 : \ldots$$

Da die Größe von $\frac{\beta\lambda}{2}$ in den ausgeführten Messungen durchschnittlich o,1 beträgt, ist der mit Gleichung (IVb) begangene Fehler kleiner als 1 Proz. für die absolute Größe von $\mathfrak{p}_m$.

Die Gleichung (IVb) kann weiter durch Trennung der reellen und imaginären Bestandteile behandelt werden:

$$\mathfrak{p}_m = \text{const} \cdot \mathfrak{Z}\,\mathfrak{Cotg}\,(\beta + j\alpha)\,l$$

$$= \text{const} \cdot \mathfrak{Z} \cdot \frac{\mathfrak{Cof}\,\beta l \cos\alpha l + j\,\mathfrak{Sin}\,\beta l \sin\alpha l}{\mathfrak{Sin}\,\beta l \cos\alpha l + j\,\mathfrak{Cof}\,\beta l \sin\alpha l} \qquad \text{(V)}$$

was in die Form gebracht werden kann:

$$\mathfrak{p}_m = c \cdot \frac{\mathfrak{Sin}\,2\beta l - j\sin 2\alpha l}{\mathfrak{Sin}^2\beta l + \sin^2\alpha l} \qquad \text{(VI)}$$

Für sehr kleines βl, d. h. schwache Dämpfung kann βl für $\mathfrak{Sin}\,\beta l$ gesetzt werden.

$$\mathfrak{p}_m = c \cdot \frac{2\beta l - j\sin 2\alpha l}{(\beta l)^2 + \sin^2\alpha l}$$

$$= 2c\left[\frac{\beta l}{(\beta l)^2 + \sin^2\alpha l} - j\frac{\sin\alpha l\cos\alpha l}{(\beta l)^2 + \sin^2\alpha l}\right] \qquad \text{(VII)}$$

1) S. Anhang Ziffer 1.

Solange $\sin \alpha l \gg \beta l$, kann $(\beta l)^2$ gegen $\sin^2 \alpha l$ vernachlässigt werden:

$$\mathfrak{p}_m = 2c \left[\frac{\beta l}{\sin^2 \alpha l} - j \operatorname{cotg} \alpha l \right]. \quad \text{(VIIa)}$$

Man erkennt daraus, daß für $\beta l \approx 0$ die Blindkomponente des Druckes durch eine Kotangens-Funktion bestimmt ist. Nur an der Stelle $\alpha l = \pi$ kann die Vernachlässigung nicht

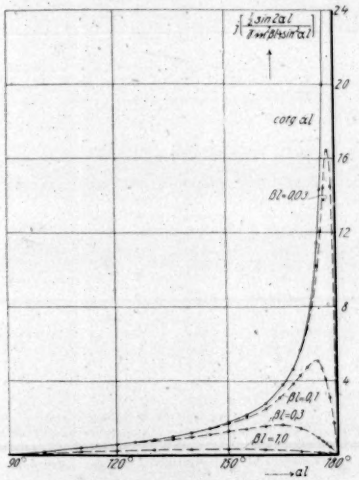


Fig. 1. Annäherung der Blindkomponente durch die cotg-Funktion.

angenommen werden: wegen der endlichen Größe von βl muß die Blindkomponente null werden, während doch die Kotangens-Funktion unendlich durchläuft. Aus Fig. 1 u. 2 und Tabelle I ist für einige Größen der genaue Verlauf der Blindkomponente $\left[j \frac{1/2 \sin 2 \alpha l}{\Re \sin^2 \beta l + \sin^2 \alpha l} \right]$ ersichtlich. Wie weit durch die Kontangens-Funktion die Blindkomponente angenähert werden kann, ist in Tabelle II zusammengestellt.

Die Gleichung (IVb) bzw. (VI) stellt für die Meßstelle die Funktion dar, nach der sich der Druck ändert, wenn entweder die Rohrlänge l oder die Erregungsfrequenz $f = \varepsilon \frac{\alpha}{2\pi}$ verändert wird. Die Funktion ergibt für kleine Dämpfung angenähert Kreise (Fig. 3), da βl für das rasche Durchlaufen der Resonanz nahezu konstant ist. Die mathematische Ableitung, auf deren Wiedergabe hier wegen des Umfanges verzichtet werden muß, findet als Annäherungsbedingung $\frac{1}{\beta l} \gg \frac{\beta l}{\sin^2 \alpha l}$. Für große Dämpfung ergeben sich Spiralen.

b) Auswertung der Leerlaufmessung zur β-Bestimmung.

Der Druckverlauf bei geschlossenem Rohrende ist für die Meßmethode dadurch wichtig, daß daraus die Größe der Dämpfung der Rohrleitung

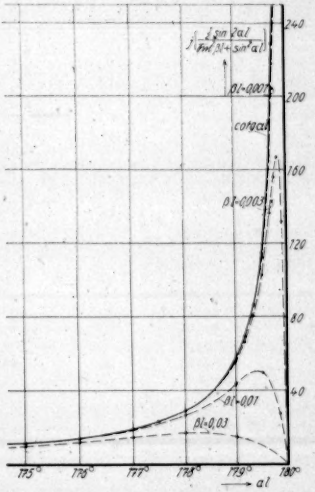


Fig. 2. Annäherung der Blindkomponente durch die cotg-Funktion.

bestimmt werden kann. Als Grundlage dient die Gleichung (VI); βl kann durch zwei Wertepaare von $\mathfrak{p}_m$ und αl errechnet werden.

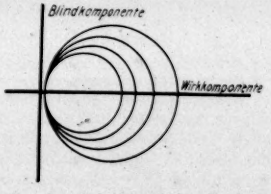


Fig. 3. Der Druck an der Meßstelle $\mathfrak{p}_m$ vektoriell dargestellt, nach Gleichung VI bei kleiner Dämpfung.

1. Fall: Rohrlänge konstant, Frequenz veränderlich.

α) Läßt man die Rohrlänge konstant und durchläuft die Resonanzkurve durch Frequenzänderung, so ist für sehr schwache Dämpfung der Rohrleitung der Druck im Minimum nahezu

Tabelle I.

Tabelle für die Blindkomponente des Druckes $j \dfrac{{}^1/_2 \sin 2\alpha l}{\mathfrak{Sin}^2 \beta l + \sin^2 \alpha l}$ bei verschiedener Dämpfung.

		$\left[j \dfrac{{}^1/_2 \sin 2\alpha l}{\mathfrak{Sin}^2 \beta l + \sin^2 \alpha l} \right]$ bei Dämpfung $\beta l =$						
αl	cotg αl	0,001	0,003	0,01	0,03	0,1	0,3	1,0
180°	∞	0	0	0	0	0	0	0
179°59′	3437,7	268,2						
179°58′	1718,85	434,65						
179°55′	687,55	467,95	131,160					
179°50′	343,774	307,427	166,586	26,812				
179°45′	229,180	217,785	155,618					
179°40′	171,885	166,958	135,784					
179°30′	114,589	112,847	102,483	49,539				
179°20′	85,940	85,310	80,582					
179°10′	68,750	68,426	65,945					
179° 0′	57,290	57,100	55,643	43,128	14,481	1,6879	0,19175	
178°30′	38,188	38,133	37,693					
178° 0′	28,636	28,612	28,426	26,463	16,467	3,1000	0,37945	0,0264
177°30′	22,904	22,891	22,796					
177° 0′	19,081	19,074	19,019	18,409	14,362	4,0920	0,55935	
176°	14,301		14,274	14,013	12,069	4,6704	0,72817	
175°	11,430		11,417	11,282	10,2195	5,0399	0,88332	0,0654
172°	7,1154			7,0785	6,7992	4,6887		
170°	5,6713			5,6522			1,4150	0,1267
168°	4,7046			4,6938	4,6086	3,8190		
165°	3,7321						1,6600	
160°	2,7475			2,7450	2,7264	2,5305	1,5475	0,2238
155°	2,1445			2,1434	2,1337	2,0304	1,4222	
150°	1,7321				1,7258	1,6653	1,2710	0,2760
145°	1,4281				1,4243	1,3860	1,1195	
140°	1,1918				1,1892	1,1636	0,97724	0,2843
135°	1,0000						0,84644	
130°	0,8391						0,72678	0,2584
125°	0,70021						0,61686	
120°	0,57735						0,51506	0,2093
110°	0,36397						0,33006	0,1400
100°	0,17633						0,16125	0,07472
95°	0,08749							0,03756

null. Bestimmt man die Resonanzfrequenz und die Frequenzänderung, die nötig ist, um den

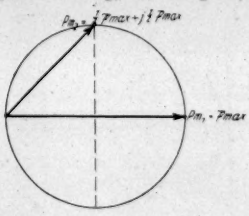


Fig. 4.

Resonanzkreis um einen Quadranten aus der Resonanz heraus zu durchlaufen (vgl. Fig. 4):

$$\left| \begin{array}{ll} f & \mathfrak{P}_{m_1} = \mathfrak{P}_{max} \\ f + \Delta f & \mathfrak{P}_{m_2} = \frac{1}{2}\,\mathfrak{P}_{max} + j\,\frac{1}{2}\,\mathfrak{P}_{max} \end{array} \right|,$$

so ergibt sich aus der Gleichung (VI) die Bedingung

$$|\mathfrak{Sin}\, 2\beta l| = |\sin 2\alpha l|\,.$$

Erzeugt man die Frequenzänderung durch Kapazitätsänderung im Schwingungskreis eines Röhrensenders, so ist

$$\Delta f = \frac{\Delta C}{2C} \cdot f$$

und

$$\alpha = \frac{2\pi \Delta f}{\varepsilon} = \frac{2\pi \cdot \Delta C}{2\varepsilon C} \cdot f,$$

wodurch die Dämpfung bestimmt werden kann aus

$$\mathfrak{Sin}\, 2\beta l = \sin\left[\frac{2\pi \Delta C}{\varepsilon C} \cdot f \cdot l\right]. \quad \text{(VIII}a\text{)}$$

Ist die Dämpfung sehr gering, so können die Sinuswerte durch die Bögen angenähert werden:

$$\beta = \frac{\pi \cdot \Delta C}{\varepsilon C} \cdot f, \quad \text{(VIII}a\text{)}$$

Tabelle II.

Fehler in Proz. für Annäherung der Blindkomponente des Druckes $\dfrac{{}^1/_2 \sin 2\alpha l}{\mathfrak{Sin}^2 \beta l + \sin^2 \alpha l}$ durch $\operatorname{cotg} \alpha l$.

	Prozentualer Fehler bei Dämpfung $\beta l =$						
αl	0,001	0,003	0,01	0,03	0,1	0,3	1,0
180°	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
179°59′	1180						
179°58′	296						
179°55′	46,7	423					
179°50′	11,8	106	1140				
179°45′	5,2	47,2					
179°40′	2,9	26,6					
179°30′	1,5	11,8	131				
179°20′	0,74	6,6					
179°10′	0,48	4,3					
179° 0′	0,23	3,0	32,8	295	3300		
178°30′	0,14	1,3					
178° 0′	0,09	0,7	8,3	73,8	824		
177°30′	0,05	0,5					
177° 0′	0,04	0,3	3,7	32,8	366		
176°		0,2	2,0	19,2	207		
175°		0,1	1,2	11,9	126,8	1195	17400
172°			0,5	4,5	51,7		
170°			0,4			300	4830
168°			0,3	1,9	23,1		
165°						124,7	
160°			0,1	0,8	8,5	77,4	1127
155°			0,05	0,6	5,8	51,0	
150°				0,5	4,1	36,3	527
145°				0,3	3,0	27,5	
140°				0,2	2,3	22,0	319
135°						18,1	
130°						15,4	225
125°						13,5	
120°						12,0	176
110°						10,1	149
100°						9,2	136
95°							133

β) Ist die Dämpfung in der Größenordnung, daß $p_{\min}$ nicht mehr nahezu null ist, so kann in ähnlicher Weise vorgegangen werden, wenn man Frequenzänderung für einen beliebigen Punkt der Resonanzkurve in der Nähe der Resonanz bestimmt und das Verhältnis des reellen Anteils $\mathfrak{M}$ und des imaginären Anteils $\mathfrak{N}$ des Druckes an diesem Punkt. Es ergibt sich dann die Bedingung

$$|\mathfrak{Sin}\, 2\beta l| = k\,|\sin 2\alpha l| \qquad k = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{N}}$$

bzw. $$\mathfrak{Sin}\, 2\beta l = k \cdot \sin\left[\frac{2\pi \Delta C}{\varepsilon C} \cdot f \cdot l\right] \cdot \quad \text{(VIII}\beta\text{)}$$

γ) Schließlich kann die Dämpfung aus Druckmaximum und -minimum bestimmt werden. Man erhält aus Gleichung (VI), weil

$$(\alpha l)_{\max} = k\pi \qquad k = 1, 2, 3, 4, \ldots$$

$$p_{\max} = c \cdot \frac{\mathfrak{Sin}\, 2\beta l}{\mathfrak{Sin}^2 \beta l},$$

und weil $(\alpha l)_{\min} = k\pi\,(1 \pm \frac{1}{4})$

$$p_{\min} = c \cdot \frac{\mathfrak{Sin}\, 2\beta l}{\mathfrak{Sin}^2 \beta l + 1},$$

woraus die Beziehung folgt:

$$\frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \frac{\mathfrak{Sin}^2 \beta l + 1}{\mathfrak{Sin}^2 \beta l} = \frac{\mathfrak{Cof}^2 \beta l}{\mathfrak{Sin}^2 \beta l} = \mathfrak{Cotg}^2 \beta l. \quad \text{(VIII}\gamma\text{)}$$

Die Bestimmung der Dämpfung durch Frequenzänderung ist wegen der eingehenden Frequenzabhängigkeit innerhalb der Meßanordnung um so unzuverlässiger, je größer die Frequenzänderung vorgenommen werden muß. Ändert man dagegen bei konstanter Frequenz die Rohrlänge, so ist die Bestimmung bedeutend sicherer.

2. Fall: Frequenz konstant, Rohrlänge veränderlich.

Die Entwicklung aus Gleichung (VI) in analoger Weise wie beim 1. Fall ergibt:

α) Bei sehr schwacher Dämpfung wird die Längenänderung gegenüber Resonanzlänge be-

stimmt für

$$\mathfrak{p}_{m_1} = \frac{1}{2}\,\mathfrak{P}_{\max} + j\,\frac{1}{2}\,\mathfrak{P}_{\max} \qquad l + \Delta l,$$

woraus folgt

$$\operatorname{Sin} 2\beta l = \sin\frac{4\pi}{\lambda}\cdot\Delta l \qquad (\text{IX}\,\alpha)$$

bzw. angenähert

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\Delta l}{l}. \qquad (\text{IX}\,\alpha)$$

β) Für größere Dämpfung wird die Längenänderung für $|\mathfrak{M}| = k\,|\mathfrak{N}|$ bestimmt. Es wird

$$\operatorname{Sin} 2\beta l = k\cdot\sin\frac{4\pi}{\lambda}\cdot\Delta l. \qquad (\text{IX}\,\beta)$$

γ) Aus Druckmaximum und -minimum

$$\frac{\mathfrak{p}_{\max}}{\mathfrak{p}_{\min}} = \operatorname{Cotg}^2\beta l. \qquad (\text{IX}\,\gamma)$$

δ) Dabei ist für alle Fälle 2α) bis 2γ) angenommen, daß die Vernachlässigung von Δl gegenüber l für die Größe βl zulässig ist. Trifft dies nicht zu, z. B. bei tiefen Frequenzen, so sind die Gleichungen (IX α—γ) nicht brauchbar, in Gleichung (IX γ) kann Δl berücksichtigt werden.

Man erhält dabei, weil für $\mathfrak{p}_{\min}$ $\Delta l = \pm\frac{\lambda}{4}$

$$\frac{\mathfrak{p}_{\max}}{\mathfrak{p}_{\min}} = \frac{\operatorname{Sin} 2\beta l}{\operatorname{Sin}^2\beta l}\cdot\frac{\operatorname{Sin}^2\left[\beta\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right)\right]+1}{\operatorname{Sin}\left[2\beta\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right)\right]}$$

$$= \frac{\operatorname{Cof}\beta l}{\operatorname{Sin}\beta l}\cdot\frac{\operatorname{Cof}\left[\beta\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right)\right]}{\operatorname{Sin}\left[\beta\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right)\right]}$$

$$\frac{\mathfrak{p}_{\min}}{\mathfrak{p}_{\max}} = \operatorname{Tg}\beta l\cdot\operatorname{Tg}\beta\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right). \qquad (\text{IX}\,\delta)$$

c) Berechnung von $\mathfrak{p}_m$ für durch Widerstand abgeschlossenes Ende.

Die Untersuchungsmethode beabsichtigt, aus den Druckmessungen an der Meßstelle auf den Widerstand am Rohrende zu schließen. Der Widerstand am Rohrende sei

$$\mathfrak{R}_e = \frac{\mathfrak{P}_e}{\mathfrak{U}_e}.$$

Für die allgemeinen Leitungsgleichungen (I) und (II) ergibt sich daraus für die Stelle $x = o$ die Endbedingung

$$\mathfrak{P}_e = (\mathfrak{P}_a + \mathfrak{P}_b)\operatorname{Cof}\gamma o + (\mathfrak{P}_a - \mathfrak{P}_b)\operatorname{Sin}\gamma o$$
$$\underline{\mathfrak{P}_e = \mathfrak{P}_a + \mathfrak{P}_b}$$

und

$$\mathfrak{U}_e = (\mathfrak{U}_a + \mathfrak{U}_b)\operatorname{Cof}\gamma o + (\mathfrak{U}_a - \mathfrak{U}_b)\operatorname{Sin}\gamma o$$
$$\underline{\mathfrak{U}_e = \mathfrak{U}_a + \mathfrak{U}_o}$$

so daß

$$\mathfrak{R}_e = \frac{\mathfrak{P}_e}{\mathfrak{U}_e} = \frac{\mathfrak{P}_a + \mathfrak{P}_b}{\mathfrak{U}_a + \mathfrak{U}_b} =$$

unter Benutzung von Gleichung (III)

$$= \frac{\frac{\mathfrak{P}_a + \mathfrak{P}_b}{3}}{\frac{\mathfrak{P}_a - \mathfrak{P}_b}{3}} = 3\,\frac{\mathfrak{P}_a + \mathfrak{P}_b}{\mathfrak{P}_a - \mathfrak{P}_b} = 3\,\frac{\mathfrak{U}_a - \mathfrak{U}_b}{\mathfrak{U}_a + \mathfrak{U}_b}$$

also

$$\mathfrak{P}_a - \mathfrak{P}_b = 3\cdot\mathfrak{U}_e \qquad (\text{X})$$

$$\mathfrak{U}_a - \mathfrak{U}_b = \frac{\mathfrak{P}_e}{3}. \qquad (\text{XI})$$

Die Gleichungen (I) und (II) gehen dadurch über in

$$\mathfrak{P}_x = \mathfrak{P}_e\operatorname{Cof}\gamma x + 3\,\mathfrak{U}_e\operatorname{Sin}\gamma x \qquad (\text{XII})$$

$$\mathfrak{U}_x = \mathfrak{U}_e\operatorname{Cof}\gamma x + \frac{\mathfrak{P}_e}{3}\cdot\operatorname{Sin}\gamma x \qquad (\text{XIII})$$

oder zusammengefaßt, um $\mathfrak{P}_e$ und $\mathfrak{U}_e$ zu eliminieren:

$$\mathfrak{R}_x = 3\cdot\frac{\mathfrak{R}_e/3\operatorname{Cof}\gamma x + \operatorname{Sin}\gamma x}{\operatorname{Cof}\gamma x + \mathfrak{R}_e/3\operatorname{Sin}\gamma x} \qquad (\text{XIV})$$

Für die weitere Entwicklung der Gleichung müssen nun eine Reihe von Voraussetzungen gemacht werden. Zunächst sei die Rohrlänge, bei der Resonanzmaximum eintritt, mit l bezeichnet, so daß

$$\mathfrak{R}_{x=l} = \mathfrak{R}_{\max} = \frac{\mathfrak{P}_l}{\mathfrak{U}_l} = 3\cdot\frac{\frac{\mathfrak{R}_e}{3}\operatorname{Cof}\gamma l + \operatorname{Sin}\gamma l}{\operatorname{Cof}\gamma l + \frac{\mathfrak{R}_e}{3}\operatorname{Sin}\gamma l}. \qquad (\text{XV})$$

Minimum tritt dann ein, wenn $x = l \pm \frac{\lambda}{4}$

$$\mathfrak{R}_{x=l\pm\frac{\lambda}{4}} + \mathfrak{R}_{\min} = \frac{\mathfrak{P}_{l\pm\frac{\lambda}{4}}}{\mathfrak{U}_{l\pm\frac{\lambda}{4}}}$$

$$= 3\cdot\frac{\frac{\mathfrak{R}_e}{3}\cdot\operatorname{Cof}\gamma\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right) + \operatorname{Sin}\gamma\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right)}{\operatorname{Cof}\gamma\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right) + \frac{\mathfrak{R}_e}{3}\operatorname{Sin}\gamma\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right)}. \qquad (\text{XVI})$$

Die Voraussetzung konstanter Erregung vom Schallsender aus besagt

$$\mathfrak{U}_l = \mathfrak{U}_{l\pm\frac{\lambda}{4}},$$

so daß das Verhältnis der Widerstände $\mathfrak{R}_{\max} : \mathfrak{R}_{\min}$ auch dem Verhältnis der Drucke $\mathfrak{P}_l : \mathfrak{P}_{l\pm\frac{\lambda}{4}}$ entspricht, das nach der Definition von l das Verhältnis des maximalen Druckes in der Resonanz zum Druckminimum ist und das mit v bezeichnet sein soll. Aus den Gleichungen (XV) und (XVI) erhält man dafür

$$v = \frac{\mathfrak{P}_{\max}}{\mathfrak{P}_{\min}} = \frac{\frac{\mathfrak{R}_e}{3}\cdot\operatorname{Cof}\gamma l + \operatorname{Sin}\gamma l}{\operatorname{Cof}\gamma l + \frac{\mathfrak{R}_e}{3}\operatorname{Sin}\gamma l}\cdot$$

$$\cdot\frac{\operatorname{Cof}\gamma\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right) + \frac{\mathfrak{R}_e}{3}\operatorname{Sin}\gamma\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right)}{\frac{\mathfrak{R}_e}{3}\operatorname{Cof}\gamma\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right) + \operatorname{Sin}\gamma\left(l\pm\frac{\lambda}{4}\right)}. \qquad (\text{XVII})$$

Diese Gleichung stellt die Ausgangsgleichung für die Auswertung der Meßmethode dar. v, $\mathfrak{Z}$, γ, l sind Größen, die durch Messung bestimmt werden können, $\mathfrak{R}_e$ ist die gesuchte Unbekannte. Die Gleichung (XVII) muß also zunächst nach $\mathfrak{R}_e$ aufgelöst werden.

Durch einen mathematischen Kunstgriff kann man die Zähler und Nenner der Gleichung (XVII), die alle die Form $a\,\mathfrak{Cof}\,u + b\,\mathfrak{Sin}\,u$ haben, zusammenziehen[1]). Es muß dazu jedoch entschieden werden, ob $\mathfrak{R}_e/\mathfrak{Z}$ größer oder kleiner als 1 ist. Aus den späteren Meßresultaten ergibt sich, daß für den Sonderfall der Messungen des Ohrwiderstandes $\mathfrak{R}_e > \mathfrak{Z}$ ist, so daß für diesen Fall die weitere Durchrechnung vorgenommen sei.

Man erhält mit dieser Voraussetzung $\mathfrak{R}_e > \mathfrak{Z}$ die Gleichung (XVII) in der Form[2])

$$v = \frac{\mathfrak{Tg}\left[\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma\left(l \pm \frac{\lambda}{4}\right)\right]}{\mathfrak{Tg}\left[\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma l\right]}. \qquad \text{(XVIII)}$$

Zur Vereinfachung der Schreibung sei eingeführt $\mathfrak{K} = \mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma l$, womit

$$v = \frac{\mathfrak{Tg}\left[\mathfrak{K} \pm \gamma\,\frac{\lambda}{4}\right]}{\mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K}}. \qquad \text{(XVIIIa)}$$

Durch Anwendung des Additionstheorems für $\mathfrak{Tg}\,(u+v)$ und Spaltung von γ in $\beta + j\alpha$ kann der Zähler in Gleichung (XVIIIa) umgeformt werden.

$$\mathfrak{Tg}\left(\mathfrak{K} \pm \gamma\,\frac{\lambda}{4}\right) = \frac{\mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K} \pm \mathfrak{Tg}\,\gamma\,\frac{\lambda}{4}}{1 \pm \mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K}\,\mathfrak{Tg}\,\gamma\,\frac{\lambda}{4}} = \frac{\mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K} \pm \mathfrak{Cotg}\,\frac{\beta\lambda}{4}}{1 \pm \mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K}\,\mathfrak{Cotg}\,\frac{\beta\lambda}{4}} = \frac{1 \pm \mathfrak{Cotg}\,\mathfrak{K}\,\mathfrak{Cotg}\,\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Cotg}\,\mathfrak{K} \pm \mathfrak{Cotg}\,\frac{\beta\lambda}{4}} = \mathfrak{Cotg}\left(\mathfrak{K} \pm \frac{\beta\lambda}{4}\right),$$

wodurch die Gleichung (XVIIIa) übergeht in

$$v = \frac{\mathfrak{Cotg}\left(\mathfrak{K} \pm \frac{\beta\lambda}{4}\right)}{\mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K}}. \qquad \text{(XVIIIb)}$$

1) S. Anhang Ziff. 2.
2) S. Anhang Ziff. 2.

Die Gleichung (XVIIIb) stellt für die Voraussetzung $\mathfrak{R}_e > \mathfrak{Z}$ noch exakt die Gleichung (XVII) dar. Für die weitere Auflösung müssen nun Vernachlässigungen vorgenommen werden. Man kann folgendermaßen vorgehen:

$$v = \frac{\mathfrak{Cotg}\left(\mathfrak{K} \pm \frac{\beta\lambda}{4}\right)}{\mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K}} = \frac{\mathfrak{Cotg}\,\mathfrak{K} \pm \mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K} \pm \mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}} = \frac{\left(\mathfrak{Cotg}\,\mathfrak{K} \pm \mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}\right)\left(\mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K} \mp \mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}\right)}{\mathfrak{Tg}^2\,\mathfrak{K} - \mathfrak{Tg}^2\,\frac{\beta\lambda}{4}}$$

und alle Glieder $\mathfrak{Tg}^2\,\frac{\beta\lambda}{4}$ vernachlässigt:

$$= \frac{1}{\mathfrak{Tg}^2\,\mathfrak{K}}\left[1 \mp \mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}\,\mathfrak{Cotg}\,\mathfrak{K} \pm \mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}\,\mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K}\right] = \mathfrak{Cotg}^2\,\mathfrak{K}\left[1 \mp \mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}\left(\mathfrak{Tg}\,\mathfrak{K} - \mathfrak{Cotg}\,\mathfrak{K}\right)\right]$$

$$= \mathfrak{Cotg}^2\,\mathfrak{K}\left[1 \mp \frac{2\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{K}}\right]. \qquad \text{(XIX)}$$

Die Größe $\frac{2\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{K}}$ wird im allgemeinen bei kleiner Dämpfung vernachlässigt werden können, vor allem, wenn $l \gg \frac{\lambda}{4}$ und wenn $\mathfrak{R}_e$ nur wenig größer als $\mathfrak{Z}$. Vollständig sicher kann jedoch die Kleinheit von $\frac{2\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{K}}$ nicht vorausbestimmt werden, da $\mathfrak{K}$ komplex ist. Die Vernachlässigung dieser Größe entspricht jedenfalls der Vernachlässigung von $\frac{\beta\lambda}{4}$ gegenüber $\mathfrak{K}$ in Gleichung (XVIIIb). Um die Rechnung nicht unnötig zu komplizieren, muß diese Vernachlässigung zunächst gemacht werden. An den Versuchsergebnissen wird später über die Größe des entstehenden Fehlers Rechenschaft abgelegt.

d) Annäherungsrechnung zur Ermittlung von $\mathfrak{R}_e$.

Durch Vernachlässigung von $\frac{2\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{K}}$ erhält man aus Gleichung (XIX)

$$v = \mathfrak{Cotg}^2\,\mathfrak{K}, \qquad \text{(XIXa)}$$

bzw. radiziert

$$\sqrt{v} = \mathfrak{Cotg}\,\mathfrak{K},$$

und kann dies schreiben in der Form

$$\mathfrak{Ar}\mathfrak{Cotg}\sqrt{v} = \mathfrak{K},$$

und unter Auflösung von $\mathfrak{K}$

$$\mathfrak{Ar}\mathfrak{Cotg}\sqrt{v} = \mathfrak{Ar}\mathfrak{Tg}\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma l$$

oder

$$\mathfrak{Ar}\mathfrak{Tg}\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} = \mathfrak{Ar}\mathfrak{Cotg}\sqrt{v} - \gamma l,$$

oder für bequemes Aufschlagen in den hyperbolischen Tabellen

$$\mathfrak{Ar}\mathfrak{Tg}\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} = \mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Sin}\frac{1}{\sqrt{v-1}} - \gamma l.$$

Unter Beachtung der Bedeutung der $\mathfrak{Ar}\mathfrak{Tg}$-Funktion kann man auch schreiben:

$$\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} = \mathfrak{Tg}\left[\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Sin}\frac{1}{\sqrt{v-1}} - \gamma l\right],$$

woraus die gesuchte Unbekannte

$$\mathfrak{R}_e = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{Cotg}\left[\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Sin}\frac{1}{\sqrt{v-1}} - \gamma l\right], \qquad (XX)$$

Zur vereinfachten Schreibung sei eingeführt

$$\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Sin}\frac{1}{\sqrt{v-1}} = \xi,$$

so daß Gleichung (XX) auch geschrieben werden kann

$$\mathfrak{R}_e = \mathfrak{Z}\;\;\mathfrak{Cotg}\,[\xi - \gamma l] \qquad (XXa)$$

Diese Lösung muß nun noch zur bequemen Berechnung aus den Versuchsdaten umgeformt werden[1]). Man erhält durch Zerlegung in reelle und imaginäre Bestandteile $\mathfrak{R}_e = \mathfrak{A} + j\mathfrak{B}$, deren Größen durch folgende Beziehungen[2]) gegeben sind:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{\mathfrak{M}^2 + m^2}\,[\mathfrak{U}\cdot\mathfrak{M}\,(1+m^2) - \mathfrak{B}\cdot m\,(1-\mathfrak{M}^2)] \qquad (XXIa)$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{\mathfrak{M}^2 + m^2}\,[\mathfrak{B}\cdot\mathfrak{M}\,(1+m^2) + \mathfrak{U}\cdot m\,(1-\mathfrak{M}^2)] \qquad (XXIb)$$

wobei $\mathfrak{Z} = \mathfrak{U} + j\mathfrak{B}$ die Charakteristik der Leitung,
$m = \tan\varphi$ die Tangente der Verlängerung bzw. der Verkürzung der Leitung beim Eintritt der Resonanz gegenüber $k\frac{\lambda}{2}$, ausgedrückt im Winkel,

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{Tg}\,[\xi - \beta l]$$
$$= \mathfrak{Tg}\left(\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Sin}\frac{1}{\sqrt{v-1}} - \beta l\right).$$

Aus der Messung erhält man die Größen v, φ, βl, berechnet werden die Größen ξ, m, M.

1) Diese Umformung s. Anhang Ziff. 3.
2) Über andere Form der Lösung vgl. Anhang Ziff. 4.

Die Charakteristik einer Rohrleitung mit Luft als Medium ist nahezu rein ohmisch, also $\mathfrak{B} \approx 0$, sodaß für die Gleichungen (XXIa, b) mit guter Annäherung gesetzt werden kann:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{U}\cdot\mathfrak{M}\cdot\frac{1+m^2}{\mathfrak{M}^2+m^2} \qquad (XXIIa)$$

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{U}\cdot m\cdot\frac{1-\mathfrak{M}^2}{\mathfrak{M}^2+m^2}. \qquad (XXIIb)$$

Man sieht, daß die Wirkkomponente maßgebend durch $\mathfrak{M}$, also durch das Verhältnis v = Druckmaximum : Druckminimum bestimmt ist,

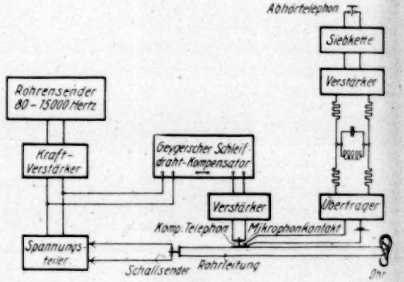


Fig. 5. Meßanordnung.

die Blindkomponente durch m, d. h. durch die Verlängerung oder Verkürzung, die an der Rohrleitung zur Resonanzeinstellung gegenüber Leerlauf vorzunehmen ist. Diese Annäherung gilt vor allem, wenn $\mathfrak{R}_e$ groß gegenüber der Leitungscharakteristik ist.

III. Meßanordnung.

In Fig. 5 ist die Meßanordnung schematisch zusammengestellt. An der Anordnung sind drei Teilapparaturen zu unterscheiden:

Generatorkreis. Die Erregung des Schallsenders an der Rohrleitung erfolgt durch einen Röhrensender für Tonfrequenz. Wegen des im Kompensationskreis benutzten Schleifdrahtkompensators muß der Generator etwa 3 Watt abgeben, der Wechselstrom muß möglichst sinusförmig und in der Frequenz hervorragend konstant sein. Benutzt wurde als Generator ein Schwebungssummer, für Messungen mit kapazitätsbestimmter Frequenz (für β-Bestimmung nach Gl. VIII) ein normaler Röhrensender mit Anodenschwingungskreis. Die Frequenz wurde durch Brückenmethode nach Robinson gemessen.

Kompensationskreis. Zur Druckbestimmung an der Meßstelle dient das Kompensationstelephon, dem die Spannung von einem Geygerschen Schleifdraht-Wechselstromkompensator[1]) nach

1) Geyger, Arch. f. Elektrotechnik **15**, 187, 1925.

Amplitude und Phase genau regelbar zugeführt wird. Ein BE-Einrohrverstärker ist zur leistungslosen Steuerung des Kompensationstelephons zwischengeschaltet, da auf keinen Fall durch Leistungsabgabe eine Veränderung der Spannungsverteilung am Schleifdraht eintreten darf. Am Geygerschen Kompensator kann die dem Komp.-Telephon zugeführte Spannung in rechtwinkligen Koordinaten abgelesen werden, und zwar direkt (durch Widerstandsausgleich der Frequenzabhängigkeiten) bis 1500 Hertz, darüber hinaus kann rechnerischer Ausgleich der Fehler erfolgen.

Abhörkreis. Der Abhörkreis überwacht die Kompensierung des Schalldruckes an der Meßstelle durch ein Mikrophon-Kohlekorn, das bei vollständiger Kompensation entsprechend der stillstehenden Kompensationsmembran in Ruhe sein muß. Der Mikrophonkontakt wird von 2 Volt gespeist, der Mikrophonwechselstrom durch einen Übertrager einem Zweiröhrenverstärker zugeführt. Im Eingang des Verstärkers ist zur Tonselektion ein Resonanzkreis eingeschaltet, da das Mikrophon auch auf alle außerhalb der Meßfrequenz liegenden Schallerregungen, überdies auf Bodenerschütterungen anspricht, was im Abhörtelephon außerordentlich störend wirkt. Die Widerstandsanordnung vor und nach dem Resonanzkreis ist zur Erhöhung der Abstimmschärfe und zur Vermeidung von Selbsterregung erforderlich. Zur weiteren Verbesserung der Selektion ist besonders für tiefe Frequenzen eine Siebkette hinter dem Verstärker vorteilhaft, da für tiefe Frequenzen der Resonanzkreis im Verstärkereingang wegen der Übertrager nicht sehr wirksam wird. Verwendet wurde für den Frequenzbereich von 250—3000 Hertz ein siebenstufiger Stromreiniger von Siemens & Halske, für Frequenzen unter 250 Hertz eine fünfgliedrige, aus Pupinspulen zusammengestellte Siebkette.

Da die vom Mikrophonkontakt abgegebene Wechselspannung natürlich außerordentlich gering, im Falle der erfolgten Kompensation überhaupt null ist, muß der Abhörkreis bis zum Verstärkereingang vor induzierten Spannungen sorgsam geschützt werden, vor allem die Induktivität des Resonanzkreises. Für die vorliegenden Messungen machte sich Panzerung sämtlicher Tonfrequenz führenden Leitungen in Metallschlauch erforderlich. Ebenso wurde der Tonfrequenzgenerator, soweit möglich, aus dem Meßraum entfernt. Trotz dieser Schutzmaßnahmen machte sich das Streufeld noch so weit bemerkbar, daß die Induktivität des Resonanzkreises räumlich in das Induktionsminimum (bei jeder Frequenz erneut) gedreht werden mußte.

Das Mikrophonminimum wird im Abhörtelephon festgestellt. Für tiefste Frequenzen (unter 180 Hertz) wurde ein Blattfedersummer mit Unterbrecherkontakt in die Kopfhörerleitung eingeschaltet, wodurch die Minimumeinstellung noch außerordentlich scharf überwacht werden kann. Nur dadurch sind die Messungen bis 96 Hertz herab möglich geworden. Die Messung noch tieferer Frequenzen scheitert an der Unempfindlichkeit von Schallsender und Komp.-Telephon bei diesen Frequenzen.

IV. Versuchsausführung.

1. Untersuchung des Trommelfell-Verhaltens.

Um das akustische Verhalten des Trommelfells unter Ausschaltung der Wirkung der Ohrmuschel und des Gehörganges festzustellen, wurde für die Rohrleitung der oben beschriebenen Versuchsapparatur ein innerer Durchmesser von 7 mm gewählt, sodaß die Einführung der Rohrleitung in den Gehörgang möglich ist. Das offene Ende der Rohrleitung konnte bei dem zur Untersuchung stets verwendeten Ohre dem Trommelfell auf 1,7 cm genähert werden. Diese Länge muß zur Leitungslänge zugerechnet werden, um das Widerstandsverhalten des Trommelfells allein zu ermitteln.

Die mittels der Kompensationseinrichtung aufgenommenen Diagramme (Fig. 6 u. 8) zeigen als Beispiele von 100 Aufnahmen verschiedener Frequenzen den Druckverlauf an der Meßstelle in Abhängigkeit der Länge der Rohrleitung. Die Meßstelle wurde stets im Abstand einer halben Wellenlänge vom Schallsender angebracht (s. Fig. 9), die Längenänderung dagegen an der Rohrlänge b zwischen Meßstelle und Ohr vorgenommen. Diese Anordnung muß getroffen werden, da die Endbedingung auf der Seite des Ohrabschlusses nicht bekannt und auch in ihrer induktiven oder kapazitiven Wirkung auf die Resonanzabstimmung nicht konstant sein wird. Als konstant kann jedoch die Endbedingung auf der Seite des Schallsenders angesehen werden, der, wie bereits bei der Besprechung der Meßmethode erörtert, eine nahezu starre Wand mit nur sehr kleiner Erregungsbewegung darstellt, oder elektrisch gesagt, eine EMK mit unendlich großem inneren Widerstand. Diese Endbedingung bewirkt am Ende die Ausbildung eines Druckmaximums; das nächste Druckmaximum, bei dem die Meßstelle eingerichtet werden soll, muß darum um $\frac{\lambda}{2}$ vom Schallsender entfernt sein.

Um vollständig einwandfreie Resultate zu erhalten, wurde stets durch Vorversuch die Stelle des zweiten Druckmaximums experimentell be-

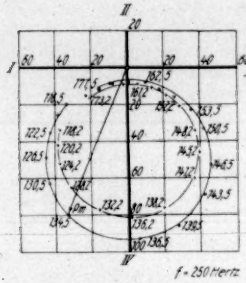


Fig. 6.

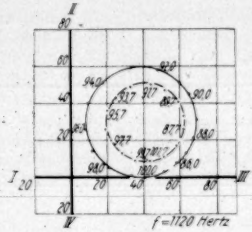


Fig. 7.

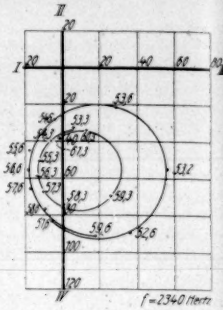


Fig. 8.

Fig. 6—8. Vektordiagramme des Druckes an der Meßstelle in Abhängigkeit der Rohrleitungslänge. Die eingetragenen Zahlen geben die Rohrleitungslänge in Zentimeter an.
: für Leerlauf. + mit Abschluß der Rohrleitung durch das Trommelfell.

stimmt, indem bei Leerlauf der Rohrleitung die Leitungsgesamtlänge $a + b$ und die Teilstrecke a verändert wurde, da die Wellenlänge temperaturabhängig ist und ein merklicher Einfluß vom Schallsender auf die erste Halbwellenlänge dabei sofort festgestellt wird.

Die Meßmethode hat überdies den Vorteil, daß der Meßfehler noch klein bleibt, wenn die Meßstelle nicht exakt im Maximum des Druckes angebracht wird, da die örtliche Verteilung des Druckes längs der Leitung nach einem Sinusgesetz vor sich geht, so daß im Maximum $\frac{dp}{dx} = 0$, die Druckänderung also an dieser Stelle für kleine örtliche Verschiebung sehr klein ist. Dadurch bleibt auch bei Schallgeschwindigkeitsänderung während der Messung, die durch Wärmeeinstrahlung vom Ohr her unvermeidbar ist, und bei der damit verursachten Wellenlängenänderung der Fehler hinsichtlich der Größe des Druckes klein.

Die Fig. 6—8 zeigen jeweils den Druckverlauf für Leerlauf, erzeugt durch Abschluß der Rohrleitung durch Metallstopfen mit polierter Endfläche, und den Druckverlauf für Abschluß

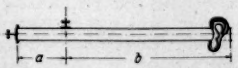


Fig. 9.

mit Trommelfell. Der Verlauf der Kurven muß der Gleichung (IVb) bzw. (VI) entsprechen: der hervorragend kreisförmige Verlauf der Kurven beweist, daß die für die Ableitung dieser Gleichungen gemachten Voraussetzungen berechtigt sind, insbesondere die Voraussetzung für die Schallerregung mit konstanter Geschwindigkeit. Bei vorhandener Rückwirkung der Rohrleitung auf die Sendermembran müßte ja die Erregung in- und außerhalb der Resonanz verschieden groß sein, so daß der Verlauf der Druckkurven dann etwa nierenförmig ausfallen würde.

Das für die Diagramme benutzte Koordinatensystem entspricht lediglich nur dem System des Geygerschen Schleifdrahtkompensators. Für verschiedene Frequenzen sind die Phasendaten in der Kompensationsapparatur (Komp.-Telephon, Übertrager, Verstärker) nicht die gleichen, wodurch die Verlagerung der Druckkurven in andere Quadranten hervorgerufen wird.

Aus jeder in einem Diagrammblatt dargestellten Messung müßte sich nun mit Hilfe der Gleichungen (XXIa, b) jeweils der Trommelfellwiderstand für die Meßfrequenz errechnen lassen. Dem steht jedoch noch der schlimmste Störungseinfluß entgegen, der schon angedeutet wurde: die Wärmeeinstrahlung durch das Ohr während der Messung, eine Störungsquelle, die nicht der Meßmethode, sondern dem Untersuchungsobjekt unvermeidlich anhaftet. Wie oben besprochen, ist der Einfluß auf die absolute Größe des Druckes unbedeutend, schlimm dagegen wirkt er sich auf die Phase aus, und zwar um so mehr, je höher die Frequenz ist. Festgestellt wurde eine Schallgeschwindigkeitsänderung bis zu 2 Proz., was einer Temperaturerhöhung von etwa 10° entspricht. Das bedeutet bei der für mittlere und hohe Frequenzen verwendeten Rohrleitungslänge von ungefähr 1 m eine scheinbare Längenabnahme von 2 cm, oder

45° Verkürzung bei 2000 Hertz
20° Verkürzung bei 800 Hertz
5° Verkürzung bei 200 Hertz.

Die Verhältnisse sind hier die gleichen wie bei langen Kabeln, deren Scheinwiderstand bei ge-

ringen Frequenzänderungen sich in der Phase außerordentlich rasch drehen kann.

So kann es vorkommen, daß schon bei Frequenzen von 1000 Hertz fast die gesamte Druckkurve allein infolge allmählicher Temperaturzunahme aufgenommen werden kann, ohne daß die Rohrleitungslänge verändert wird, da ja die Kurve im äußeren Bogen bei nicht zu starker Dämpfung viel rascher durchlaufen wird als im inneren Bogen. Oder es kann umgekehrt vorkommen, daß trotz allmählicher Verlängerung des Rohres die Meßpunkte immer wieder auf denselben Kreisabschnitt zu liegen kommen, wenn zufällig die vorgenommene Längenänderung gerade durch die Temperaturzunahme kompensiert wird.

Zweierlei ist daraus ersichtlich. Die Einstellung der empfindlichen Kompensation wird sehr erschwert, da der Druckvektor dauernd wandert, worunter die Meßgenauigkeit leiden muß. Zweitens kann aus dem Vergleich der Rohrleitungslänge der Leerlaufs- und der Ohrkurve der Phasenwinkel nicht mit Sicherheit ermittelt werden.

Zur einwandfreien Bestimmung des Phasenwinkels wurde daher eine Sondermessung vorgenommen, bei der nur Wert gelegt wurde auf die Feststellung der Rohrlänge für Resonanz mit Ohrabschluß und mit Metallabschluß, durch mehrere Messungen abwechselnd schnell hintereinander, nach Möglichkeit auch an einer Reihe Vielfachen von $\frac{\lambda}{2}$. Die Resultate dieser Messungen, die bis 14 500 Hertz ausgedehnt wurden, sind in Fig. 10 eingetragen.

Die Messungen stellen fest, daß die Resonanz mit Ohrabschluß im allgemeinen[1]) bei etwas kürzeren Rohrleitungslängen eintritt, als einem Vielfachen von $\frac{\lambda}{2}$ entspricht. Das Trommelfell hat also im Druckmaximum einen mehr oder weniger verlängernden Einfluß, eine Wirkung, die elektrisch im analogen Falle durch eine Kapazität hervorgerufen wird. Die Bewegung des Trommelfells eilt dem Schalldruck vor, d. h. die Elastizität des Trommelfells ist ausschlaggebend und überwiegt den Einfluß der eigenen Masse und der wirksamen Masse der angeschlossenen Gehörknöchel. Für den Entscheid, ob das Verhalten des Trommelfells einem Druckempfang oder Geschwindigkeitsempfang entspricht, bedeutet bei Vernachlässigung der Dämpfung ein Phasenwinkel $\varphi = 0$ einen reinen Druckempfang, $\varphi = 90^0$ einen reinen Geschwindigkeitsempfang. Die gemessenen Größen deuten darauf hin, daß

1) Ausgenommen das Frequenzgebiet über 10000 Hertz.

das Trommelfell mit Ausnahme des Gebietes bei 10 000 Hertz Druckempfang vornimmt. Reiner Druckempfang müßte leistungslos vor sich gehen, würde daher vermutlich eine Stelle geringer Ohrempfindlichkeit zur Folge haben, wenn nicht besondere Verhältnisse der Schalleitung im Mittelohr Ausgleich bringen. Ist die Dämpfung von

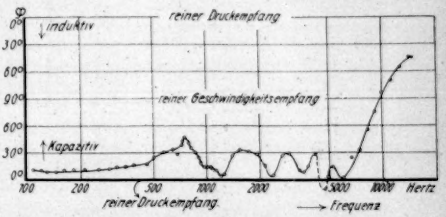


Fig. 10. Darstellung der verlängernden oder verkürzenden Wirkung des Trommelfells auf die Resonanzabstimmung der Rohrleitung.

Einfluß, so kommt die Bedeutung des Druck- bzw. Geschwindigkeitsempfanges darauf hinaus, ob der Empfangswiderstand größer oder kleiner als die Leitungscharakteristik ist.

Nach Gleichung (XXIIb) ist die Tangente des Winkels ungefähr proportional der Blindkomponente des Trommelfellwiderstandes. Man muß beachten, daß φ nicht der Phasenwinkel des Widerstandes $\mathfrak{R}_g$ ist, sondern ein örtlicher Winkel, der durch die Größen und Phasen der Leitungscharakteristik $\mathfrak{Z}$ und des Widerstandes $\mathfrak{R}_g$ bestimmt wird. Da $\mathfrak{Z}$ bei vorliegenden Messungen nahezu frequenzunabhängig ist, so gibt der Verlauf von φ immerhin einen ungefähren Anhalt für das Verhalten des Trommelfellwiderstandes: die periodischen Schwankungen von φ lassen auf periodisches Durchlaufen von Resonanzen schließen, die sich in Widerstandsschleifen auswirken. Da jedoch diese Schleifen in der gleichen Widerstandsphase bleiben[1]), müssen die Resonanzen stärker gedämpft sein.

Mit Hilfe der sich aus den Phasenmessungen ergebenden Größen φ wurde die Auswertung der Druckdiagramme auf Grund der Gleichungen (XXIa, b) vorgenommen. In der Tabelle III sind die Ergebnisse für verschiedene Aufnahmen an ein und demselben Ohr zusammengestellt.

Es sei hier zunächst eine Betrachtung des Fehlers eingefügt, den die bei der mathematischen Entwicklung vorgenommene Vereinfachung hervorruft. Zur Beurteilung dieses Fehlers, der durch die Vernachlässigung von $\frac{2\,\mathfrak{Tg}\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{K}}$ gegen-

1) Ausgenommen das Frequenzgebiet über 10000 Hertz.

Tabelle III.

Auswertungsergebnisse von Druckdiagrammen, die am gleichen Ohr einer Versuchsperson aufgenommen sind.

f	φ	V	$\mathfrak{A}$	$\mathfrak{B}$	$-\varphi_{\mathfrak{B}e}$	$2\,\mathfrak{Tg}\frac{\beta\lambda}{4} : \mathfrak{Sin}\,2\beta l$
Hertz	Grad	÷	cgs	cgs	Grad	÷
96	— 11		sehr groß	sehr groß		
250	— 11	9,28	51,0	217	76°45′	0,229
355	— 14	3,68	56,5	159,4	70°30′	0,162
450	— 17	4,66	59,3	119,8	63°40′	0,122
570	— 30	2,56	40,2	58,2	55°25′	0,116
720	— 38	1,84	39,2	34,8	41°40′	0,091
758	— 45	1,51	33,9	29,0	40°35′	0,065
800	— 40	1,84	25,3	45,2	60°50′	0,061
818	— 35	1,39	41,8	38,6	42°45′	0,056
860	— 30	1,72	51,1	33,1	33° 0′	0,105
925	— 18	1,19	80,7	51,9	32°45′	0,020
1000	— 14	2,23	95,4	84,3	41°30′	0,067
1060	— 14	2,48	107,6	79,8	36°35′	0,071
1120	— 10	2,46	114,5	59,9	27°40′	0,073
1190	— 4	1,47	102,2	14,8	8°15′	0,043
1220	— 3	2,29	160,7	28,1	9°55′	0,059
1245	— 6	2,51	159,8	65,3	22°15′	0,059
1300	— 14	2,51	88,6	50,2	29°35′	0,051
1365	— 26	1,40	56,8	36,5	32°45′	0,049
1510	— 33	1,50	48,2	27,0	27° 5′	0,053
1530	— 33	1,60	47,3	31,7	33°55′	0,052
1850	— 28	1,42	50,7	47,7	43°20′	0,035
1905	— 28	1,83	45,2	59,4	52°40′	0,051
2115	— 15	1,81	82,8	43,4	27°50′	0,057
2240	— 4	1,79	112,0	16,8	8°30′	0,050
2340	— 4	2,35	168,7	44,7	14°50′	0,050
2450	— 13	2,21	98,0	62,8	32°45′	0,051
2600	— 24	1,98	59,6	43,9	36°30′	0,051
3000	— 26	2,36	52,0	57,1	47°35′	0,046

über 1 in Gl. (XIX) entsteht, ist in der letzten Spalte der Tabelle III die Größe $\frac{2\,\mathfrak{Tg}\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\beta l}$ angegeben. Da nämlich

$$\mathfrak{K} = \mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma l,$$

und $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{R}_e$ als Verbraucher positive Wirkkomponenten besitzen, also

$$\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} > 0,$$

so ist

$$\mathfrak{K} > \beta l + j\alpha l.$$

Ferner läßt sich ableiten

$$\frac{1}{\mathfrak{Sin}\,(u+jv)} = \frac{1}{\mathfrak{Sin}\,u\cos v + j\,\mathfrak{Cof}\,u\sin v}$$
$$= \frac{\mathfrak{Sin}\,u\cos v - j\,\mathfrak{Cof}\,u\sin v}{\mathfrak{Sin}^2 u\cos^2 v + \mathfrak{Cof}^2 u\sin^2 v}$$
$$= \frac{\mathfrak{Sin}\,u\cos v - j\,\mathfrak{Cof}\,u\sin v}{\mathfrak{Sin}^2 u + \sin^2 v},$$

welcher Ausdruck maximal den Wert annehmen kann

$$\left(\frac{1}{\mathfrak{Sin}\,(u+jv)}\right)_{\max} = \frac{\mathfrak{Sin}\,u}{\mathfrak{Sin}^2 u} = \frac{1}{\mathfrak{Sin}\,u},$$

so daß

$$\frac{1}{\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{K}} < \frac{1}{\mathfrak{Sin}\,2\beta l}.$$

Somit ist nachgewiesen, daß der Ausdruck der letzten Spalte in Tabelle III

$$\frac{2\,\mathfrak{Tg}\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\beta l} > \frac{2\,\mathfrak{Tg}\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{K}},$$

also einen Wert anzeigt, der sicher größer ist als die Vernachlässigung in Gleichung (XIX).

Für einige Fälle ist in Tabelle IV (S. 45) der genaue Wert von $\frac{2\,\mathfrak{Tg}\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{K}}$ errechnet, und zwar für die tiefen Frequenzen 250, 355, 450 Hertz, deren Vernachlässigungsgröße $\frac{2\,\mathfrak{Tg}\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\beta l}$ sehr groß erscheint, und für zwei normale Frequenzen, 800

und 2340 Hertz, um den mittleren Betrag der Vernachlässigung exakt zu bestimmen.

Es ist zu beachten, daß $\frac{2\,\mathfrak{Tg}\frac{\beta\lambda}{4}}{\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{K}}$ nicht der Fehler des Trommelfellwiderstandes $\mathfrak{R}_e$ ist, sondern eine Vernachlässigung, die aus den Beziehungen der Gleichung (XIX) als Fehler des Druckverhältnisses v aufgefaßt werden kann.

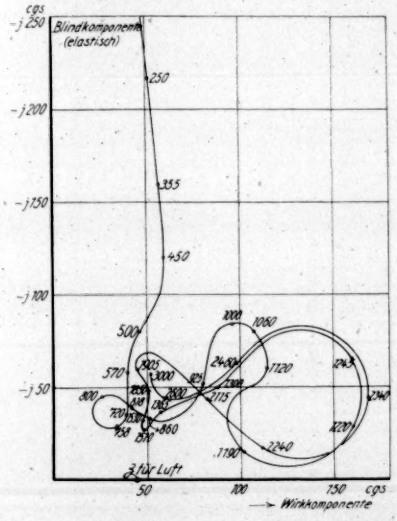


Fig. 11. Vektordiagramm des Trommelfell-Widerstandes in Beziehung zur Frequenz. (Eingetragene Zahlen geben die Frequenz in Hertz an.)

Diagrammatisch sind die Ergebnisse für den Trommelfellwiderstand in Fig. 11 vektoriell, in Fig. 12 und 13 über der Frequenz dargestellt. Der Maßstab ist in cgs-Einheiten angegeben.

Fig. 12 läßt erkennen, daß der Trommelfellwiderstand für den tiefen Frequenzbereich bis 800 Hertz aufwärts eine Frequenzabhängigkeit mit $1/\omega$ aufweist. Daraus folgt eine Abnahme der Ohrempfindlichkeit für diese Frequenzen, proportional ω schon allein bewirkt durch den äußeren Aufnahmeapparat des Ohres, unter der Voraussetzung, daß im inneren Ohr die Ohrflüssigkeitsbewegung erregend auf die Basilarmembran wirkt.

Man kann den Druckempfang des Trommelfells bei tiefen Frequenzen als eine Art Schutzmaßnahme betrachten. In der Natur findet man größere Schalleistungen nur bei tieferen Frequenzen, z. B. beim Donner. Würde das Ohr tief abgestimmt sein, so würde die Trommelfellamplitude für gleiche Energie mit $1/\omega^2$ proportional gehen, so daß schon durch eine kleine Leistung tiefer Frequenz eine zu große Amplitude und damit eine schädigende Wirkung auf Trommelfell und Gehörknöchel erzielt werden könnte.

Im Bereich von 700—860 Hertz erreicht der Trommelfellwiderstand seinen kleinsten Wert, nahezu den Wert der Leitungscharakteristik. Es tritt eine Art Anpassung an die Schallhärte der Luft ein. Die energetische Übertragung ist die denkbar günstigste.

Im Verlaufe der Widerstandskurve werden eine Anzahl Schleifen durchlaufen. Es sei dazu auf Widerstandskurven von Telephonen und Lautsprechern hingewiesen (als Beispiel Fig. 14), die in gleicher Weise Schleifen zeigen. Dieser Verlauf ist dort durch Membranresonanzen hervorgerufen. Unterhalb der Resonanzfrequenz wirken diese auf den Widerstand induktiv erhöhend. In der Resonanz wird ein Ausgleich der Blindkomponenten angestrebt, wegen des geringen mechanisch-elektrischen Wirkungsgrades aber nur teilweise erreicht, dagegen ist die

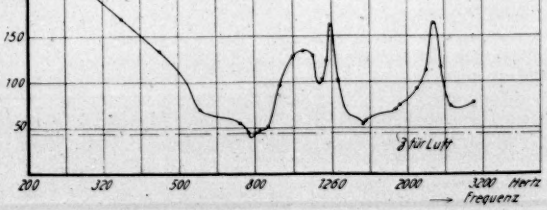


Fig. 12. Scheinwiderstand des Trommelfells.

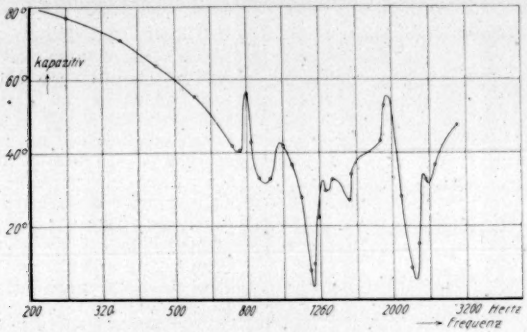


Fig. 13. Phase des Trommelfell-Widerstandes.

Belastung durch die Membranresonanz aus der Zunahme der Wirkkomponente ersichtlich. Oberhalb der Resonanzfrequenz ist die Rückwirkung auf den Widerstand kapazitiv erhöhend, bedeutet also eine Verkleinerung der gewöhnlich induktiven Blindkomponente.

Je nach den Kopplungs- und Dämpfungsverhältnissen können solche Teilresonanzen den Gesamtwiderstand mehr oder weniger beeinflussen. So zeigt also die Ohrwiderstandskurve

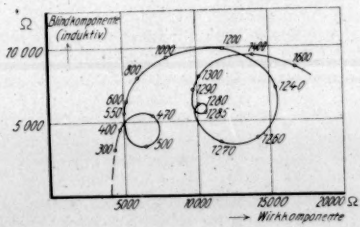


Fig. 14. Vektordiagramm des elektrischen Widerstandes eines Lautsprechers mit starken Resonanzen.

eine Anzahl von Teilresonanzen der schwingungsfähigen Gebilde des Übertragungsapparates Trommelfell-Gehörknöchel an.

Über 860 Hertz nimmt der Trommelfellwiderstand wieder zu, verharrt also im Druckempfang. Bei 1060 bis 1260 Hertz wird eine Resonanzschleife durchlaufen, bei 1400 Hertz ist der Widerstand von 800 Hertz nahezu wieder erreicht. Man sieht, daß für den Frequenzbereich 800 bis 1400 Hertz die größte Ohrempfindlichkeit rein mechanisch durch das Aufnahmeverhalten des Trommelfells vorbereitet ist. Im Bereich über 1800 Hertz gleicht der Verlauf der Vektorkurve dem Verlauf von 900 Hertz aufwärts. Der Widerstand nimmt zu und durchläuft bei 2400 Hertz ungefähr die gleiche Resonanzschleife wie bei 1200 Hertz. Nach Fig. 10 (Verlängerung der Resonanzrohrlänge durch das Trommelfell) läßt sich vermuten, daß die gleiche Resonanzschleife bei 3600, 4800 und u. U. auch bei 6000 Hertz durchlaufen wird.

Leider ist der Verlauf der Widerstandskurve über 3000 Hertz nicht mehr exakt aufnehmbar, da der Abhör-Mikrophonkontakt oberhalb dieser Frequenz große Schwierigkeiten bereitet. Andererseits weichen bei diesen Frequenzen die Trommelfellwiderstände verschiedener untersuchter Ohren wesentlich voneinander ab, so daß eine exakte Messung eines einzelnen Ohres keinen besonderen Gewinn bedeutet. Außerdem kommt bei diesen Frequenzen für das praktische Verhalten stets der Resonanz-Einfluß des Gehörganges hinzu, da dieser etwa bei 2500 Hertz die Größe von $\frac{\lambda}{6}$ erreicht.

Messung an verschiedenen Ohren.

Die bisher angegebenen Messungen erstreckten sich stets auf das gleiche Ohr. Die Messungen an Ohren verschiedener Versuchspersonen haben ergeben, daß bis etwa 600 Hertz die Widerstandswerte gut übereinstimmen. In Fig. 15 ist dafür als erstes Beispiel eine Messung bei 500 Hertz aufgetragen.

Über 600 Hertz beginnen größere Abweichungen als Wirkung der Resonanzerscheinungen, die auf Elastizitäten und Massen der Kombination Trommelfell-Gehörknöchel zurückzuführen sind und naturgemäß bei jedem Ohr andere Größen haben können. Das zweite Beispiel der Fig. 15 zeigt Messungen bei 1000 Hertz an den gleichen Versuchspersonen. Daß die Aufnahmeeigenschaften des Trommelfells auf die Ohrempfindlichkeit von Einfluß sind, wird durch die

Ohrempfindlichkeitsmessungen für hohe Frequenzen bestätigt, die Janovsky[1]) ausgeführt hat. Diese zeigen, daß die Ohrempfindlichkeitskurve durchaus keinen glatten Verlauf besitzt, sondern regelmäßig Empfindlichkeitsstellen zeigt, die für die einzelnen Versuchspersonen bei verschiedenen Frequenzen liegen. Dies läßt den Schluß zu, daß die für ein Trommelfell aufgenommenen Fig. 11—13 einen durchaus allgemeinen Charakter haben, nur daß für höhere Frequenzen die Frequenzabhängigkeit nicht genau definiert ist.

Besonders hingewiesen sei noch auf die Reproduzierbarkeit dieser Messungen, da teilweise die Meinung besteht, daß sich Messungen zum Verhalten des Ohres nicht reproduzieren lassen.

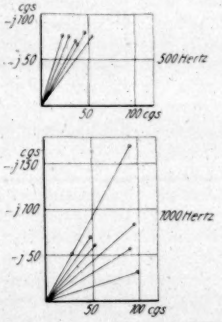


Fig. 15. Trommelfell-Widerstand verschiedener Versuchspersonen, vektoriell dargestellt.

Als Beispiel sei angeführt, daß der Trommelfellwiderstand des gleichen Ohres, für 1300 Hertz unter veränderten Dämpfungsverhältnissen der Meßapparatur gemessen,

am 29. 9. 28 $88{,}6 + j\,50{,}2$ cgs
am 27. 3. 29 $87{,}8 + j\,46{,}7$ cgs

ergab, was nur 2,2 Proz. Amplituden- und $1^0\,35'$ Winkelabweichung entspricht. In gleicher Weise ist jeder Meßpunkt reproduzierbar, die Abweichungen halten sich stets innerhalb der möglichen Fehlergrenzen. Andererseits konnten auch kleine Veränderungen am Zustand des Ohres, hervorgerufen durch Öffnen des Mundes oder durch Kaumuskelbewegungen, durch die Meßapparatur deutlich festgestellt werden, wodurch die Empfindlichkeit der Meßmethode bewiesen wird.

2. Untersuchung des äußeren Ohres einschließlich der Ohrmuschel.

Die Messung wurde weiterhin auf das gesamte äußere Ohr ausgedehnt, mit der Erwartung, aus dem Verhältnis der Druck- und Geschwindigkeitsgrößen an der Ohrmuschel zu diesen Größen am Trommelfell einen Schluß auf die Wirkung der Ohrmuschel und des Gehörganges ziehen zu können. Die Versuche wurden mit einer Rohrleitung von 66 mm Innendurchmesser ausgeführt. Als Resultat ist festzustellen, daß bei Frequenzen bis zu 1500 Hertz aufwärts keine Phasenänderung in der Meßapparatur durch Ohrmuschel und Gehörgang gegenüber Leerlauf der Rohrleitung eintritt. Daraus ist der Schluß zu ziehen, daß ein Einfluß der Ohrmuschel und des Gehörganges auf die Ausbildung des Schallfeldes bei Frequenzen unterhalb 1500 Hertz nicht in Frage kommt. Dies ist eine Bestätigung der allgemeinen Anschauung, daß Ohrmuschel und Gehörgang rein aus Dimensionsgrößen für Wellenlängen über 20 cm (entspr. $f < 1700$ Hertz) keine Rolle spielen können.

Es sei darum auf diese in großem Umfang durchgeführten Messungen nicht weiter eingegangen. Allein auf die dabei gewonnenen Dämpfungsgrößen der Ohrmuschel sei hingewiesen. Da die Bestimmung eines „Ohrmuschel-Widerstandes" keine eigentliche Berechtigung besitzt, wurde davon abgesehen, die Meßreihen nach den Gleichungen (XXI a, b) auszuwerten. Es wurde vielmehr eine Art Ersatzdämpfungsmethode ausgebildet, indem durch Verlängerung der Rohrleitung die „äquivalente" Rohrlänge bestimmt wurde, die dieselbe Dämpfungszu-

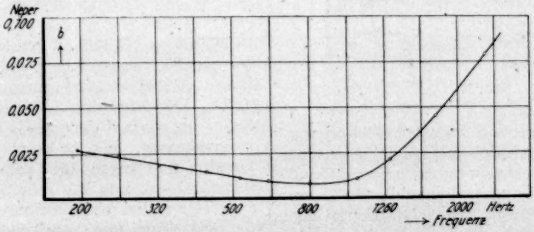


Fig. 16. Dämpfende Wirkung der Ohrmuschel.

1) Janovsky, ENT 1929.

nahme erzielt wie die abschließende Ohrmuschel. Bei dieser Bestimmung sind alle Einflüsse des Schallsenders eliminiert.

Die Bestimmung der Dämpfung der Rohrleitung wurde experimentell durch Leerlaufversuche durchgeführt, deren Auswertung nach Gleichung (VIIIα) erfolgte. Die ermittelten Dämpfungswerte liegen um 30 Proz. höher, als sich nach der Kirchhoffschen Gleichung[1]) für Rohrdämpfung erwarten läßt.

Fig. 16 stellt die Dämpfung der Ohrmuschel dar. Da e^b für kleine Größen von b durch b selbst angenähert werden kann, stellt b gleichzeitig die Absorption in Prozenten dar. Für tiefe Frequenzen scheint die Haut durch Nachgiebigkeit um geringes stärker zu dämpfen. Oberhalb 1000 Hertz wirkt die Plastik der Ohrmuschel, allmählich in die Größenordnung von $\frac{\lambda}{6}$ kommend, zerstreuend auf die Schallreflexion. Interessant ist, daß die immerhin gebirgige Form einer Ohrmuschel bei einer Frequenz von 800 Hertz noch 99,25 Proz. der einfallenden Welle reflektiert, während man die Reflexion an einer glatten Holzwand zu 90—95 Proz., an einer glatten Putzwand zu 80—85 Proz. angibt.

V. Vergleichsversuch durch Bestimmung der subjektiven Empfindung in Abhängigkeit des Volumens.

Zur Bestätigung des Verhaltens des Trommelfells als Druckempfänger wurde ein weiterer Versuch anderer Art ausgeführt, bei dem ein Telephon über ganz kurze Zwischenstücke fest an das Ohr gepreßt wurde. Nach den obigen Messungen nimmt das Trommelfell unterhalb 500 Hertz fast reinen Druckempfang vor, es muß daher die subjektive Empfindung für konstante Frequenz proportional dem Schalldruck sein. Bei abgeschlossenen Volumen Schallsender-Gehörgang-Trommelfell ist durch die Beziehung $p \cdot v = \text{const.}$ der Druck dem Volumen umgekehrt proportional, infolgedessen muß auch die subjektive Empfindung dem Volumen umgekehrt proportional sein.

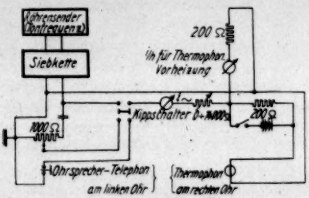


Fig. 17.

In Versuchsanordnung Fig. 17 wurde diese Beziehung nachgeprüft. Zwischen ein Ohrsprecher-Telephon und den Gehörgang wurden durch kugelförmig aufgeblasene Glasrohrstücken verschiedene Luftvolumen eingeschaltet. Das Volumen des Gehörganges des untersuchten Ohres wurde durch Wasserfüllung zu 0,80 cm³ ermittelt.

Die Untersuchung wurde so ausgeführt, daß die subjektive Empfindung bei verschiedenen Luftvolumina gegen einen Vergleichston am anderen Ohr abgeglichen wurde. Der Vergleich wurde durch wechselweises Einschalten der Schallquellen an den beiden Ohren und durch Regelung am Spannungsteiler des einen Telephones vorgenommen. Die Benutzung beider Ohren hat den Vorteil, daß das Vergleichstelephon in seiner Lage am Ohr während der Volumenänderung am Versuchstelephon belassen werden kann, so daß der Vergleichston sicher konstant ist. Ein Einfluß verschiedener Empfindlichkeit der beiden Ohren ist nicht zu befürchten, da es sich nur um relative Messungen handelt.

Das Ergebnis sind die in Fig. 18 dargestellten Kurven. Der Verlauf ergibt innerhalb der Fehlergrenzen eindeutige Übereinstimmung mit dem Gesetz $p \cdot v = \text{const.}$ Da das Eintreten stehender Wellen vermieden werden muß, kann die Messung nur für tiefe Frequenzen durchgeführt werden, für die die Länge der Anordnung Membran-Luftvolumen-Gehörgang-Trommelfell klein gegen $\frac{\lambda}{6}$ bleibt. Außerdem darf die Eigenschwingung des Hohlraumes noch nicht erreicht werden.

Zur Anschauung, das Trommelfell arbeite bei tiefen Frequenzen als Geschwindigkeitsempfänger, kann man durch Meßergebnisse leicht kommen, wenn man bei diesen Volumenversuchen die Abdichtung des Volumens nicht äußerst sorgfältig vornimmt. Der kleinste Spalt in der Volumenkombination kann die unangenehmsten Meßfehler zur Folge haben. Um den Einfluß eines kleinen Spaltes objektiv nachzuweisen, wurde anstelle des Trommelfells das Komp.-Telephon gebracht und der Druck vor der Meßmembran kompensiert. In der 45 mm langen Rohrleitung (~ 2 cm³ Volumen) wurde ein Spalt von 0,39 mm Breite allmählich in seiner Längsausdehnung durch Drehung des Überwurfrohres geöffnet (vgl. Fig. 19) und der jeweils entstehende Druck aufgenommen. Fig. 20 zeigt das Ergebnis. Der Druck, der wegen des konstanten Volumens konstant bleiben sollte, sinkt für tiefe Frequenzen (190 Hertz) bei einer Öffnung des Spaltes auf 0,2 mm Länge (0,08 mm²) auf $^3/_4$ seines Wertes ab, während für höhere Frequenzen (800 Hertz) die gleiche Spannungsabnahme erst bei einer

1) Lichte, ENT **4**, 304, 1927.

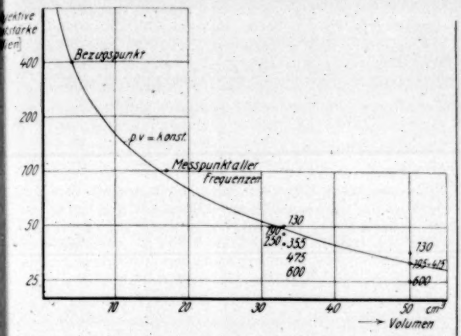


Fig. 18. Subjektive Lautstärke in Abhängigkeit des Volumens Gehörgang—Telephon für verschiedene Frequenzen. Die Kurven sind auf gleiche Lautstärke bei kleinstem Volumen bezogen. Schallerregung konstant. Frequenzangaben in Hertz eingetragen.

Fig. 19.

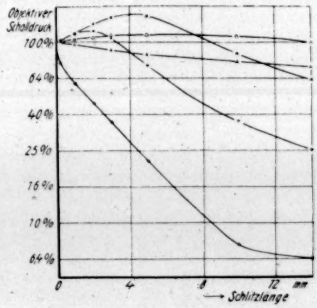


Fig. 20. Einfluß eines Schlitzes auf den Schalldruck in einem abgeschlossenen Volumen bei verschiedenen Frequenzen.

70-fachen Länge (= 14 mm) des Spaltes erreicht wurde. Durch die je nach Art der Öffnung eintretenden Strömungsverhältnisse kann der Druck wesentlich beeinflußt werden, so daß aus den Aufnahmen keine exakten Gesetzmäßigkeiten abgeleitet werden können.

VI. Einfluss des Kopfes auf die Schallaufnahme des Ohres.

Die abschirmende Wirkung des Kopfes auf den Schallempfang des Ohres tritt schon bei verhältnismäßig tiefen Frequenzen in Erscheinung. Zur genauen Bestimmung wurden Versuche im Freien vorgenommen, wobei besonderer Wert auf die Vermeidung stehender Wellen gelegt wurde. Selbst im Freien treten bekanntlich stehende Wellen durch Reflexion am Boden auf. Man kann sich ein Bild davon machen, wenn man (vgl. Fig. 21) die reflektierten Schallwellen von einer fiktiven Schallquelle ausgehen läßt, die im Spiegelpunkt der wirklichen Schallquelle bezogen auf die reflektierende Fläche liegt. Die beiden Schallquellen stellen dann Brennpunkte dar, um die sich räumlich in Hyperbelschalen Knoten und Bäuche des Schallfeldes anordnen. Daß diese Spiegelungsmethode auch für Schallquellen gegenüber dem Erdboden exakte Geltung hat, habe ich durch eingehende Versuche 1926 festgestellt.

Will man die stehenden Wellen vermeiden, so geht aus Fig. 21 hervor, daß man am besten die Brennpunkte der Hyperbelschalen zusammenfallen läßt: man bringt die Schallquelle möglichst nahe an die reflektierende Ebene, in unserem Falle an den Erdboden heran.

In einem durch diese Anordnung störungsfreien Schallfeld wurde mit Hilfe des Geräuschmessers nach Barkhausen die subjektive Lautstärke gemessen, die ein (rechtes) Ohr je nach der Richtung zur konstanten Schallquelle empfindet. Fig. 22 und 23 zeigen das Ergebnis

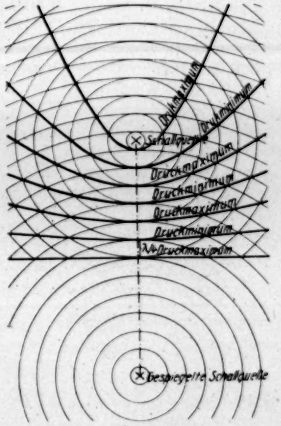


Fig. 21. Entstehung von stehenden Wellen am Erdboden.

für die Frequenzen 200, 500, 2500 und 5000 Hertz. In Fig. 22 ist die Lautstärke auf 10 Phon bezogen, Fig. 23 zeigt das gleiche Diagramm in linearem Maßstab.

Für 200 Hertz ist kein Unterschied der Lautstärke festzustellen, wie das Ohr auch zur Schallquelle gerichtet ist. Auch ein Richtungseindruck ist bei der einohrigen Schallaufnahme nicht festzustellen. Die für 500 Hertz aufgenommene Kurve zeigt ein Empfindungsmaximum, wenn die Schallwellen die Ohrmuschel senkrecht treffen, während die Lautstärke um 2 Phon zu einem deutlichen Minimum abnimmt, wenn der Kopf

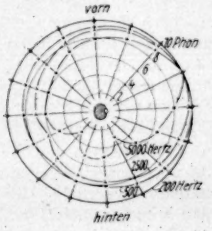


Fig. 22. Richtungsdiagramm für den Schallempfang mit dem rechten Ohr. Ein konstanter Schallsender trifft das Ohr aus den verschiedenen Richtungen. Die maximale Lautstärke ist auf 10 Phon bezogen.

die Schallquelle für das Ohr verdeckt. Für eine Frequenz von 2500 Hertz wird das Minimum nahezu um 4 Phon geringer als das Maximum ermittelt: im gleichen Unterschied stehen die Maxima und Minima stehender Wellen in einem mäßig gedämpften Raume. Der Kopf gibt also für hohe Frequenzen einen sehr starken Schallschatten; bei 2500 Hertz ist der Kopf auch bereits in der Größe einer Wellenlänge, so daß diese Wirkung zu erwarten ist.

Für 5000 Hertz zeigt die innerste Kurve der Diagramme noch größere Richtungsunterschiede. Der Empfang aus der Richtung rechts vorn (für ein rechtes Ohr) ist noch verhältnismäßig günstig,

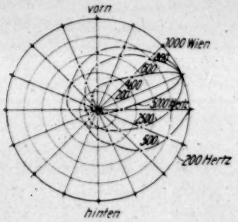


Fig. 23. Richtungsdiagramm wie Fig. 22, die Lautstärke ist jedoch in linearem Maßstab aufgetragen.

obwohl auch in diesem einen Quadranten schon Unterschiede von 2 Phon auftreten. Außerordentlich stark fällt der Empfang ab, wenn die Knorpel der Ohrmuschel vorm Gehörgang die Schallquelle verdecken. Deutlich treten bei 5000 Hertz zwei scharfe Minima auf, die wahrscheinlich durch Interferenz der sich um den Kopf beugenden Schallwellen erzielt werden. Für diese hohen Frequenzen ist schon die Form der Ohrmuschel und die Größe des Gehörganges maßgebend, so daß diese Kurve bei verschiedenen Versuchspersonen nicht gleich ausfallen wird.

Allgemein läßt sich sagen, daß der Kopf auf den Schallempfang unter 300 Hertz keinen Einfluß ausübt; über 300 Hertz tritt mehr und mehr

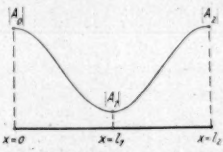


Fig. 24.

eine verdeckende Wirkung für Schallquellen aus der dem Ohr abgelegenen Richtung ein. Für Frequenzen über 2000 Hertz ist das Ohr ein Richtempfänger für die Richtung senkrecht zur Ohrmuschel.

Die Untersuchungen wurden im Institut für Schwachstromtechnik der Technischen Hochschule zu Dresden ausgeführt. Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. H. Barkhausen bin ich für seine freundliche Anteilnahme und Unterstützung zu besonderem Dank verpflichtet.

VII. Zusammenfassung.

Analog zum Lecherschen Drahtsystem der Hochfrequenztechnik wird eine akustische Meßmethode entwickelt, die es gestattet, das mechanische Verhalten des Trommelfells in Abhängigkeit der Frequenz (Tonhöhe) zu messen: Es wird die Ausbildung stehender Wellen in einer Rohrleitung bestimmt, deren Ende durch das Trommelfell abgeschlossen wird. Aus der Dämpfung der Rohrleitung kann auf die Wirkkomponente, aus den Phasenverhältnissen auf die Blindkomponente des Trommelfellwiderstandes geschlossen werden.

Die mathematischen Grundlagen der Meßmethode werden in Anlehnung an die Theorie elektrischer Leitungen entwickelt.

Die Messungen ergeben, daß das Trommelfell als komplexer Widerstand mit elastischem Charakter aufzufassen ist, der für tiefe Frequenzen sehr groß ist, für 800 Hertz einen kleinsten Wert von etwa $40 \cdot e^{-j45°}$ (cgs) erreicht, oberhalb von 800 Hertz gedämpfte Resonanzen um einen Wert von $140 \cdot e^{-j15°}$ (cgs) durchläuft. Es zeigt sich damit, daß für das Frequenzgebiet um 800 Hertz die größte Ohrempfindlichkeit rein mechanisch durch die Anpassung des Trommelfellwiderstan-

Tabelle IV.

Fehlerberechnung.

f Hertz	$\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\mathfrak{Z}/\mathfrak{R}_e$ ÷	$\mathfrak{A}$ ÷	$\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{A}$ ÷	$2\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\beta\lambda}{4}\Big/\mathfrak{Sin}\,2\,\mathfrak{A}$ ÷	Fehler für $\mathfrak{R}_e$ Ampl.	Phase
250	0,045 + j 0,195	0,344 + j 0	0,744	0,195	2,7 Proz.	8°20′
355	0,083 + j 0,244	0,579 + j 0	1,417	0,121	4,5 ,,	9°45′
450	0,136 + j 0,296	0,504 + j 0	1,188	0,0825	2,0 ,,	5°15′
800	0,248 + j 0,700	0,933 + j 0	3,154	0,0377	1,0 ,,	3°25′
2340	0,250 + j 0,070	0,780 + j 0	2,273	0,0300	5,7 ,,	0°45′

des an das Luftmedium unterstützt wird, da die Luftcharakteristik ebenfalls bei 40 (cgs) liegt.

Die Reproduzierbarkeit der Messungen und die Empfindlichkeit der Methode wird besonders hervorgehoben.

Messungen an verschiedenen Versuchspersonen ergeben Übereinstimmung bis etwa 600 Hertz, darüber hinaus unterscheiden sich die Trommelfellwiderstände wesentlich in der Lage der Resonanzstellen.

Ein Einfluß der Ohrmuschel und des Gehörganges auf die Schallaufnahme ist für Frequenzen unter 1500 Hertz nicht feststellbar, was schon nach den Abmessungen von Gehörgang und Ohrmuschel naheliegt. Die Oberflächendämpfung der Ohrmuschel wird im Bereich von 200, 800 und 2400 Hertz zu 2,5, 0,75 und 8 Proz. bestimmt.

Der Kopf stellt für den Schallempfang von 300 Hertz aufwärts mehr und mehr eine Abschirmung dar, über 2000 Hertz tritt starker Richtempfang für die Richtung senkrecht zur Ohrmuschel ein.

VIII. Anhang.

1. Verhältnis der Druckmaxima und -minima längs der Rohrleitung.

Ausgehend vom geschlossenen Rohrende kann der Druck durch die Gleichung

$$p = \text{const.}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma x$$

angesetzt werden. Der hyperbolische Cosinus ist in e-Funktionen ausgedrückt

$$\mathfrak{Cof}\,\gamma x = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} = \frac{e^{\beta x}\,e^{j\alpha x} + e^{-\beta x}\,e^{-j\alpha x}}{2}.$$

Da sich Maximum und Minimum um Viertelwellenlängen unterscheiden (Fig. 24), entsprechen die Längen $l_1, l_3, l_5 \ldots$ ungeraden, die Längen $l_2, l_4, l_6 \ldots$ geraden Vielfachen von $\frac{\lambda}{4}$. $e^{j\alpha x}$ erhält den Wert an den Stellen

$x = l_1, l_5, l_9 \ldots \quad e^{\pm j\alpha x} = \pm j$
$x = l_3, l_7, l_{11} \ldots \quad e^{\pm j\alpha x} = \mp j$
$x = l_0, l_4, l_8 \ldots \quad e^{\pm j\alpha x} = +1$
$x = l_2, l_6, l_{10} \ldots \quad e^{\pm j\alpha x} = -1.$

Wird $e^{\pm\beta x}$ in einer Reihe entwickelt

$$e^{\pm\beta x} = 1 \pm \beta x + \frac{(\beta x)^2}{2} \ldots$$

und die weiteren Glieder vernachlässigt, so erhalten die Amplituden $A_1, -A_3, A_5, -A_7 \ldots$ die relativen Größen $j\beta l_x$, die Amplituden $A_0, -A_2, A_4, -A_6 \ldots$ die relativen Größen $1 + \frac{(\beta l_x)^2}{2}$, sodaß also die absoluten Beträge der örtlich aufeinander folgenden Maxima und Minima im Verhältnis stehen:

$$|A_0| : |A_1| : |A_2| : |A_3| : |A_4| : \ldots$$
$$= 1 : \beta l_1 : \left[1 + \frac{(\beta l_2)^2}{2}\right] : \beta l_3 : \left[1 + \frac{(\beta l_4)^2}{2}\right] : \ldots$$

2. Additionstheorem[1] für $a\,\mathfrak{Cof}\,u \pm b\,\mathfrak{Sin}\,u$ zur Umformung der Gleichung (XVII) in Gleichung (XVIII).

Der Ausdruck $a\,\mathfrak{Cof}\,u \pm b\,\mathfrak{Sin}\,u$ kann geschrieben werden

$$a\,\mathfrak{Cof}\,u + b\,\mathfrak{Sin}\,u =$$
$$= \sqrt{a^2 - b^2}\left[\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}\,\mathfrak{Cof}\,u + \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}\,\mathfrak{Sin}\,u\right] \quad (1)$$

Ist nun $\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ein hyperbolischer Cosinus und $\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ der hyperbolische Sinus des gleichen Arguments, also

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} = \mathfrak{Cof}\,\xi \qquad \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}} = \mathfrak{Sin}\,\xi \quad (2a, b)$$

so kann der Klammerausdruck in Gleichung (1) geschrieben werden

$$[\mathfrak{Cof}\,\xi\,\mathfrak{Cof}\,u + \mathfrak{Sin}\,\xi\,\mathfrak{Sin}\,u]$$

1) Die Ableitung ist ausführlich durchgeführt, da die Tables of complex hyperbolic and circular funktions von Kenelly, denen die Anregung zu dieser Umformung entnommen wurde, die Umformungsresultate unvollständig und teilweise fehlerhaft bringen.

oder auch

$$[\mathfrak{Cof}(\xi + u)]$$

Die Gleichungen (2 a, b) werden bestätigt durch die Beziehung

$$\mathfrak{Cof}^2 \xi - \mathfrak{Sin}^2 \xi = 1 ,$$

Aus dieser Beziehung erhält man gleichzeitig

$$\xi = \mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{b}{a} ,$$

so daß die Gleichung (1) übergeht in die Form:

$$a\,\mathfrak{Cof}\,u + b\,\mathfrak{Sin}\,u = \sqrt{a^2 - b^2}\,\mathfrak{Cof}\left(\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{b}{a} + u\right) \quad \text{für } a > b .$$

mithin

$$\frac{a^2}{a^2 - b^2} - \frac{b^2}{a^2 - b^2} = 1 ,$$

jedoch ist notwendige Bedingung, daß

$$\mathfrak{Tg}\,\xi = \frac{\mathfrak{Sin}\,\xi}{\mathfrak{Cof}\,\xi} = \frac{b}{a} < 1 \text{ ist.} \qquad (3)$$

In ähnlicher Weise kann man für $a < b$ und für negative Vorzeichen vorgehen und erhält:

$$a\,\mathfrak{Cof}\,u \pm b\,\mathfrak{Sin}\,u = \sqrt{a^2 - b^2}\,\mathfrak{Cof}\left(\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{b}{a} \pm u\right) \quad \text{für } a > b \qquad (4)$$

$$a\,\mathfrak{Cof}\,u \pm b\,\mathfrak{Sin}\,u = \sqrt{b^2 - a^2}\,\mathfrak{Sin}\left(\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{a}{b} \pm u\right) \quad \text{für } a < b . \qquad (5)$$

Mit der Voraussetzung, daß $\mathfrak{R}_e > \mathfrak{Z}$ (s. S. 33), erhält Gleichung (XVII) die Form

$$v = \frac{\sqrt{\left(\frac{\mathfrak{R}_e}{\mathfrak{Z}}\right)^2 - 1}\,\mathfrak{Cof}\left(\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma l\right) \cdot \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{R}_e}{\mathfrak{Z}}\right)^2 - 1}\,\mathfrak{Sin}\left[\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma\left(l \pm \frac{\lambda}{4}\right)\right]}{\sqrt{\left(\frac{\mathfrak{R}_e}{\mathfrak{Z}}\right)^2 - 1}\,\mathfrak{Sin}\left(\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma l\right) \cdot \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{R}_e}{\mathfrak{Z}}\right)^2 - 1}\,\mathfrak{Cof}\left[\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma\left(l \pm \frac{\lambda}{4}\right)\right]}$$

oder

$$v = \frac{\mathfrak{Tg}\left[\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma\left(l \pm \frac{\lambda}{4}\right)\right]}{\mathfrak{Tg}\left[\mathfrak{Ar}\,\mathfrak{Tg}\,\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{R}_e} + \gamma l\right]} .$$

3. Umformung der Lösung $\mathfrak{R}_e = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{Cotg}\,[\zeta - \gamma l]$ zur Berechnung aus den Meßergebnissen.

In Gleichung (XXa) wird $\gamma = \beta + j\alpha$ zerlegt:

$$\mathfrak{R}_e = \mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{Cotg}\,[\xi - \beta l - j\alpha l] = \mathfrak{Z}\,\frac{1 - \mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l)\,\mathfrak{Tg}\,j\alpha l}{\mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l) - \mathfrak{Tg}\,j\alpha l} = \mathfrak{Z} \cdot \frac{1 - j\,\mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l)\tan\alpha l}{\mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l) - j\tan\alpha l}$$

$$= \mathfrak{Z} \cdot \frac{[1 - j\,\mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l)\tan\alpha l]\,[\mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l) + j\tan\alpha l]}{\mathfrak{Tg}^2\,(\xi - \beta l) + \tan^2\alpha l}$$

$$= \mathfrak{Z} \cdot \frac{(1 + \tan^2\alpha l)\,\mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l) + j\,[1 - \mathfrak{Tg}^2\,(\xi - \beta l)]\tan\alpha l}{\mathfrak{Tg}^2\,(\xi - \beta l) + \tan^2\alpha l} .$$

Da $\tan\alpha l$ in seinem Wert durch die Abweichung der Größe αl vom Vielfachen von $\frac{\lambda}{2}$ bestimmt wird, sei $\tan\alpha l$ durch die Verkürzung oder Verlängerung der Rohrleitung gegenüber $k\,\frac{\lambda}{2}$ ausgedrückt:

$$\tan\alpha l = \tan\left(\alpha\,\frac{k\lambda}{2} + \varphi\right) = \tan\varphi$$

also

$$\mathfrak{R}_e = \mathfrak{Z} \cdot \frac{(1 + \tan^2\varphi)\,\mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l) + j\,[1 - \mathfrak{Tg}^2\,(\xi - \beta l)]\tan\varphi}{\mathfrak{Tg}^2\,(\xi - \beta l) + \tan^2\varphi} . \qquad (7)$$

Diese Gleichung ist schon verhältnismäßig unübersichtlich, man berechnet also besser die Wirk- und Blindkomponente von $\mathfrak{R}_e$ getrennt, wozu $\mathfrak{Z}$ zunächst noch in seine Komponenten zerlegt werden muß, die durch $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{V}$ bezeichnet seien:

$$\mathfrak{Z} = \mathfrak{U} + j\mathfrak{V} ,$$

während $\mathfrak{R}_e = \mathfrak{A} + j\mathfrak{B}$

bezeichnet sein soll.

Die Gleichung (7) erhält damit die Form:

$$\mathfrak{R}_e = \mathfrak{A} + j\mathfrak{B} = (\mathfrak{U} + j\mathfrak{B}) \left| \frac{(1 + \tan^2\varphi)\,\mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l)}{\mathfrak{Tg}^2(\xi - \beta l) + \tan^2\varphi} + j\,\frac{[1 - \mathfrak{Tg}^2(\xi - \beta l)]\tan\varphi}{\mathfrak{Tg}^2(\xi - \beta l) + \tan^2\varphi} \right| , \tag{8}$$

woraus man erhält:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} + j\mathfrak{B} = {} & \left| \mathfrak{U}\,\frac{(1 + \tan^2\varphi)\,\mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l)}{\mathfrak{Tg}^2(\xi - \beta l) + \tan^2\varphi} - \mathfrak{B}\,\frac{[1 - \mathfrak{Tg}^2(\xi - \beta l)]\tan\varphi}{\mathfrak{Tg}^2(\xi - \beta l) + \tan^2\varphi} \right| \\ & + j \left| \mathfrak{B}\,\frac{(1 + \tan^2\varphi)\,\mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l)}{\mathfrak{Tg}^2(\xi - \beta l) + \tan^2\varphi} + \mathfrak{U}\,\frac{[1 - \mathfrak{Tg}^2(\xi - \beta l)]\tan\varphi}{\mathfrak{Tg}^2(\xi - \beta l) + \tan^2\varphi} \right| . \end{aligned} \tag{9}$$

Durch Einführung der Beziehungen

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{Tg}\,(\xi - \beta l)$$
$$m = \tan\varphi$$

kann die Gleichung (9) vereinfacht geschrieben werden

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{\mathfrak{M}^2 + m^2}\,[\mathfrak{U} \cdot \mathfrak{M}\,(1 + m^2) - \mathfrak{B} \cdot m\,(1 - \mathfrak{M}^2)] \tag{XXIa}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{\mathfrak{M}^2 + m^2}\,[\mathfrak{B} \cdot \mathfrak{M}\,(1 + m^2) + \mathfrak{U} \cdot m\,(1 - \mathfrak{M}^2)] \tag{XXIb}$$

4. Entwicklung der Gleichung (XXa) in anderer Form.

Das Additionstheorem für die hyperbolische Tangente kann auch in folgender Weise entwickelt werden:

$$\mathfrak{Tg}\,(u \pm jv) = \frac{\mathfrak{Tg}\,u \pm \mathfrak{Tg}\,jv}{1 \pm \mathfrak{Tg}\,u\,\mathfrak{Tg}\,v} = \frac{\mathfrak{Tg}\,u \pm j\tan v}{1 \pm \mathfrak{Tg}\,u\tan v} = \frac{\mathfrak{Tg}\,u\,(1 \pm \tan^2 v) \pm j\tan v\,(1 - \mathfrak{Tg}^2 u)}{1 + \mathfrak{Tg}^2 u\tan^2 v}$$

$$= \frac{\frac{\mathfrak{Tg}\,u}{\cos^2 v} \pm j\frac{\tan v}{\mathfrak{Cof}^2 u}}{1 + \mathfrak{Tg}^2 u \cdot \tan^2 v} = \frac{2\,\mathfrak{Sin}\,u\,\mathfrak{Cof}\,u \pm j\sin v\cos v}{2\,\mathfrak{Cof}^2 u\cos^2 v + 2\,\mathfrak{Sin}^2 u\sin^2 v} = \frac{\mathfrak{Sin}\,2u \pm j\sin 2v}{2\,\mathfrak{Cof}^2 u - \sin^2 v\,(2\,\mathfrak{Cof}^2 u - 2\,\mathfrak{Sin}^2 u)}$$

$$= \frac{\mathfrak{Sin}\,2u \pm j\sin 2v}{2\,\mathfrak{Cof}^2 u - 1 + 1 - 2\sin^2 v} = \frac{\mathfrak{Sin}\,2u \pm j\sin 2v}{\mathfrak{Cof}\,2u + \cos 2v} . \tag{10}$$

Damit kann Gleichung (XXa) folgendermaßen behandelt werden:

$$\mathfrak{R}_e = \mathfrak{Z} \cdot \frac{1}{\mathfrak{Tg}\,[(\xi - \beta l) - j\alpha l]} = \mathfrak{Z} \cdot \frac{\mathfrak{Cof}\,2(\xi - \beta l) + \cos 2\alpha l}{\mathfrak{Sin}\,2(\xi - \beta l) - j\sin 2\alpha l}$$

$$= \mathfrak{Z} \cdot \frac{(\mathfrak{Cof}^2(\xi - \beta l) + \cos 2\alpha l)\,(\mathfrak{Sin}\,2(\xi - \beta l) + j\sin 2\alpha l)}{\mathfrak{Sin}^2 2(\xi - \beta l) + \sin^2 2\alpha l}$$

oder

$$\mathfrak{A} + j\mathfrak{B} = (\mathfrak{U} + j\mathfrak{B}) \cdot \frac{\mathfrak{Cof}\,2(\xi - \beta l) + \cos 2\varphi}{\mathfrak{Sin}^2 2(\xi - \beta l) + \sin^2 2\varphi} \cdot [\mathfrak{Sin}\,2(\xi - \beta l) + j\sin 2\varphi] . \tag{11}$$

Führt man ein

$$\begin{aligned} \mathfrak{Cof}\;2(\xi - \beta l) &= \alpha \\ \mathfrak{Sin}\;2(\xi - \beta l) &= \beta \\ \cos\;2\varphi &= \mu \\ \sin\;2\varphi &= \nu , \end{aligned}$$

so läßt sich Gleichung (11) schreiben:

$$\mathfrak{A} = \frac{\alpha + \mu}{\beta^2 + \nu^2}\,[\mathfrak{U} \cdot \beta - \mathfrak{B} \cdot \nu] \tag{12a}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{\alpha + \mu}{\beta^2 + \nu^2}\,[\mathfrak{B} \cdot \beta + \mathfrak{U} \cdot \nu] . \tag{12b}$$

Diese Gleichungen sind identisch mit den Gleichungen (XXIa, b) oben und auf S. 34.

Dresden, Institut für Schwachstromtechnik, am 25. April 1929.

(Eingegangen 25. September 1929.)

Die Zustandsgleichung der Oberfläche.

Von N. Barbulescu.

1. Die Oberflächenspannung des gesättigten Dampfes.

1. Der Begriff der Oberflächenspannung ist zuerst bei dem flüssigen Zustand angewandt worden. Er ist später, versuchsweise und ohne viel Erfolg, auch auf den festen Zustand ausgedehnt worden[1]); aber bei dem gasförmigen Zustand wurde bisher dieser Begriff noch nicht angewandt[2]).

Sobald wir aber annehmen, daß auch im Gaszustand die Molekeln sich gegenseitig anziehen und infolgedessen eine gewisse Kohäsion auch bei Gasen existiert, folgt notwendigerweise, daß auch bei gasförmigen Stoffen eine gewisse Oberflächenspannung existieren soll. Wenn wir uns also von den Bedingungen des sogenannten „idealen Zustands" entfernen und zu den wirklichen Gasen übergehen, dürfen wir auch die Oberflächenspannung in Betracht ziehen. Natürlich können, wegen ihrer Expansionsneigung, die Gase nicht mehr in derselben direkten Art wie die Flüssigkeiten das Auftreten einer echten Oberflächenspannung aufweisen, infolgedessen kann man bei denselben zunächst diesen Begriff nur theoretisch aufdecken und studieren. Der zugänglichste Weg dazu scheint über das Studium des gesättigten Dampfes bei höheren Temperaturen zu führen, um so mehr, weil wir dabei in enger Berührung mit der experimentellen Wirklichkeit bleiben. Im ersten Teil dieser Arbeit nehmen wir uns vor, die Oberflächenspannung des gesättigten Dampfes zu studieren.

2. Die Kohäsionskräfte befinden sich im Gleichgewicht nur im Innern einer Gasmasse, so lautet ein Grundgesetz der Gastheorie. Dieses Gleichgewicht wird, sobald wir zu den Molekeln der Oberfläche übergehen, gestört. Wenn auch bei Gasen die Molekeln der Oberflächenschicht ähnlichen Kohäsionskräften, deren Resultante gegen das Innere und normal zur Oberfläche gerichtet ist, unterworfen sind, dann gibt uns die Laplacesche Theorie als Wert dieser Resultante

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{K} + \frac{\mathfrak{H}}{2}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (1)$$

wo $\mathfrak{K}$ den Normaldruck auf einer ebenen Fläche und $\frac{\mathfrak{H}}{2} = \mathfrak{a}$ die Oberflächenspannung des Gases darstellt. Nach van der Waals haben wir

$$\mathfrak{P} = \frac{a}{v^2},$$

eine Formel die, bei Kenntnis der Zustandsgleichung des Gases, die numerische Berechnung des inneren Druckes $\mathfrak{P}$ erlaubt. Die experimentellen Bestimmungen haben gezeigt, daß a von der Temperatur stark beeinflußt wird, was Clausius dazu führte, in der Zustandsgleichung von van der Waals eine Korrektion in diesem Sinne einzuführen. Einen etwas komplizierteren Ausdruck für diesen Innendruck können wir aus der Zustandsgleichung von Wohl[1]), die eine der genauesten bekannten Zustandsgleichungen ist, herleiten

$$\mathfrak{P} = \frac{a}{Tv(v-6)} - \frac{c}{T^2v^3}.$$

Die Rolle dieses Innendrucks in dem Verhalten der Gase ist wohlbekannt. Wenn ein Gas oder ein Dampf einen Druck $\mathfrak{f}$ auf die Gefäßwand ausübt, so würde ein ideales Gas unter denselben Bedingungen den Druck p_i ausüben:

$$p_i = \mathfrak{f} + \mathfrak{P} \qquad (2)$$

3. Für die Berechnung der Oberflächenspannung des gesättigten Dampfes beziehen wir uns auf die bekannte Erscheinung der Kapillarität. Es sei $\mathfrak{f}$ die Dampfspannung am oberen

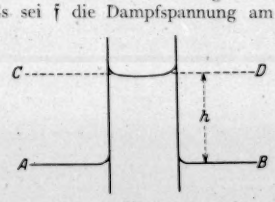


Fig. 1.

Niveau CD; es darf denselben Wert sowohl im Inneren als auch außerhalb des Kapillarrohres aufweisen, sonst kommt man (Lord Kelvin) zu der Möglichkeit des „Perpetuum mobile". Es sei weiter $\mathfrak{f}_0$ die Dampfspannung am unteren Niveau AB; es wird

$$\mathfrak{f} = \mathfrak{f}_0 - h\sigma, \qquad (3)$$

wo σ die Dichte des gesättigten Dampfes bei der betreffenden Temperatur und h die mittlere Höhe der Flüssigkeitssäule im Kapillarrohre darstellt. Auf der ebenen Fläche CD haben wir nach (1), (2), (3):

$$\mathfrak{f} = p_i - \mathfrak{K} - h\sigma. \qquad (4)$$

Der gesättigte Dampf im Innern des Kapillarrohres weist in Berührung mit der erzeugenden

1) Ostwald, Lehrb. d. allgem. Chem. II (3), 89.
2) Am Ende des IV. Kapitel seines Werkes „Kontinuität usw." neigt van der Waals dazu, die Möglichkeit der Existenz einer Oberflächenspannung bei Gasen anzunehmen.

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **87**, 1, 1914.

Flüssigkeit einen konvexen Meniskus auf. Wenn wir $R_1 = R_2 = r$ setzen und da bei benetzender Flüssigkeit der Randwinkel null wird, so haben wir

$$\mathfrak{f} = p_i - \left(\mathfrak{R} + \frac{2\mathfrak{a}}{r}\right) \qquad (5)$$

wo r der Radius des Kapillarrohres ist. Durch Kombination von (4) und (5) ergibt sich

$$\mathfrak{a} = \frac{r h \sigma}{2}. \qquad (6)$$

Diese Formel erlaubt uns die Bestimmung der Oberflächenspannung des gesättigten Dampfes bei Kenntnis seiner Dichte und der Steighöhe der erzeugenden Flüssigkeit im Kapillarrohr.

4. In den beigefügten Tabellen haben wir die Oberflächenspannung des gesättigten Dampfes bei Äthyläther, Methylformiat, Äthylacetat, Tetrachlorkohlenstoff, Benzol und Chlorbenzol, für ein ziemlich beträchtliches Temperaturintervall berechnet. Die benutzten numerischen Daten sind der bekannten Arbeit von W. Ramsay und J. Shields entnommen worden[1]).

Äthyläther		Methylformiat		Äthylacetat	
t	$\mathfrak{a}$ Dynen/cm	t	$\mathfrak{a}$ Dynen/cm	t	$\mathfrak{a}$ Dynen/cm
20	0,04	20	0,04	20	0,007
40	0,07	30	0,05	80	0,07
50	0,09	40	0,07	90	0,09
60	0,12	50	0,09	100	0,11
70	0,15	60	0,12	110	0,13
80	0,17	70	0,15	120	0,16
90	0,21	80	0,19	130	0,19
100	0,24	90	0,22	140	0,22
110	0,27	100	0,26	150	0,25
120	0,30	110	0,31	160	0,28
130	0,32	120	0,35	170	0,31
140	0,34	130	0,39	180	0,34
150	0,35 Max.	140	0,43	190	0,36
160	0,34	150	0,46	200	0,37
170	0,31	160	0,48 Max.	210	0,38 Max.
180	0,23	170	0,47	220	0,37
185	0,18	180	0,47	230	0,32
190	0,12	190	0,42	240	0,22
193	0,06	200	0,32	245	0,14
		210	0,13		

Wie übrigens zu erwarten war, wächst die Oberflächenspannung des gesättigten Dampfes mit der Temperatur, sie zeigt also ein entgegengesetztes Verhalten wie die Oberflächenspannung der Flüssigkeiten. Wie aus den obigen Tabellen ersichtlich, weist die Oberflächenspannung aller untersuchten Dämpfe ein Maximum in der Nähe des kritischen Punktes auf. Die absoluten Temperaturen, die diesem Maximum entsprechen, sind korrespondierende Temperaturen, wie in den beigegebenen Tabellen bewiesen wird.

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **12**, 433, 1893.

Tetrachlorkohlenstoff		Benzol		Chlorbenzol	
t	$\mathfrak{a}$ Dynen/cm	t	$\mathfrak{a}$ Dynen/cm	t	$\mathfrak{a}$ Dynen/cm
20	0,01	80	0,07	150	0,10
80	0,07	90	0,08	160	0,12
90	0,10	100	0,10	170	0,14
100	0,12	110	0,13	180	0,16
110	0,14	120	0,15	190	0,19
120	0,17	130	0,18	200	0,21
130	0,20	140	0,21	210	0,24
140	0,22	150	0,24	220	0,27
150	0,26	160	0,28	230	0,30
160	0,30	170	0,31	240	0,33
170	0,33	180	0,34	250	0,36
180	0,36	190	0,37	260	0,39
190	0,39	200	0,40	270	0,42
200	0,42	210	0,43	280	0,44
210	0,44	220	0,46	290	0,45
220	0,46 Max.	230	0,473	300	0,46 Max.
230	0,45	240	0,474 Max.	310	0,45
240	0,44	250	0,46	320	0,44
250	0,41	260	0,42	333	0,40
260	0,35	270	0,34		
270	0,26	280	0,27		

Äthyläther Kritische Temp. 194,5°	$\frac{T_m}{T_c}$[1]) = 0,904
Methylformiat Kritische Temp. 214°	0,889
Äthylacetat Kritische Temp. 251°	0,921
Tetrachlorkohlenstoff Kritische Temp. 283°	0,886
Benzol Kritische Temp. 288,5°	0,913
Chlorbenzol Kritische Temp, 360°	0,905
Essigsäure Kritische Temp. 321,5°	0,930
Methylalkohol Kritische Temp. 240°	0,941
Äthylalkohol Kritische Temp. 243,1°	0,935

Dieses bemerkenswerte Maximum wird bei allen hier studierten Dämpfen gefunden und wir sind berechtigt zu glauben, daß dies einem allgemeinen Verhalten des gesättigten Dampfes entspricht.

5. Die Einführung des Begriffes der Oberflächenspannung bei Gasen und insbesondere bei

1) Die reduzierten Temperaturen sind hier nur in erster Annäherung gegeben, da, weil unsere Berechnungen von 10° zu 10° ausgeführt werden, auch die Normaltemperatur des Maximum nicht genau angegeben werden kann.

gesättigten Dämpfen führt notwendigerweise zu einer Änderung der bisherigen physikalischen Auffassung der Oberflächenspannung bei den Flüssigkeiten selbst. So wie diese von Ramsay und Shields experimentell bestimmt worden ist, d. h. in Gegenwart des gesättigten Dampfes,

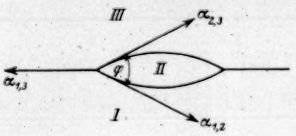


Fig. 2.

darf sie also nicht mehr als die „eigentliche Oberflächenspannung" der Flüssigkeit, sondern als die „relative Oberflächenspannung", so wie sie gewöhnlich an der Grenzfläche zweier Fluida entsteht, betrachtet werden.

Betrachten wir drei Fluida in Berührung, deren entsprechende „relativen Oberflächenspannungen" seien $\alpha_{1,2}$, $\alpha_{1,3}$, $\alpha_{2,3}$. Im Falle, wo der Winkel φ sehr klein ist, wird die Gleichgewichtsbedingung durch bekannte Gleichung dargestellt:

$$\alpha_{1,3} = \alpha_{1,2} + \alpha_{2,3}\,.$$

Nehmen wir nun als Medium I irgendeine Flüssigkeit, als Medium II ihren gesättigten Dampf und als Medium III die Luft, so stellt in diesem Falle $\alpha_{1,2}$ die Oberflächenspannung der Flüssigkeit α_r in Berührung mit ihrem eigenen gesättigten Dampf; $\alpha_{2,3}$ die Oberflächenspannung $\mathfrak{a}$ des Dampfes selbst und $\alpha_{1,3}$ die „eigene Oberflächenspannung" α der Flüssigkeit. Wir haben also

$$\alpha_r = \alpha - \mathfrak{a}\,,$$

d. h. die „relative Oberflächenspannung" einer Flüssigkeit in Berührung mit ihrem gesättigten Dampf ist gleich der Differenz zwischen ihrer „eigentlichen Oberflächenspannung" und der des gesättigten Dampfes.

Der Wert $\mathfrak{a}$ wird von der Formel (6) bestimmt, während er sich aus der Kapillaritätstheorie als

$$\alpha = \frac{r h \varrho}{2} \qquad (7)$$

ergibt, wo ϱ die Dichte der Flüssigkeit ist. Daraus ergibt sich sofort

$$\alpha_r = \frac{r h}{2}(\varrho - \sigma) \qquad (8)$$

eine sehr bekannte Formel, zu der man auf verschiedenen Wegen gelangen kann.

6. Nach Lord Kelvin[1]) hängt die Dampfspannung von der Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche ab; sie ist größer über einer konvexen Oberfläche und kleiner über einer konkaven, als über einer ebenen Oberfläche. Es sei $\mathfrak{f}$ die Dampfspannung über einer ebenen Flüssigkeitsoberfläche und $\mathfrak{f}'$ die, die einer gekrümmten Oberfläche entspricht. Wir haben nach Lord Kelvin

$$\mathfrak{f}' = \mathfrak{f} + \frac{a\sigma}{\varrho - \sigma}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \qquad (9)$$

wo die Zeichen den oben festgestellten Sinn haben. Es sind mehrere Demonstrationen für dieses Theorem bekannt, wovon die von Warburg[1]), R. Helmholtz[2]), B. Galitzine[3]), Stefan[4]), Bakker[5]) erwähnt seien. Lippmann[6]) ist der einzige, der versucht hat, der Erscheinung eine physikalische Deutung zu geben, indem er die Wirkung der Schwere auf ein in einer Flüssigkeitssäule gelöstes Gas in Betracht zog. Es ist aber ersichtlich, daß der von Lippmann erdachte Mechanismus mehr einen Kunstgriff darstellt und nichts mit der Wirklichkeit gemein hat. Wir werden versuchen, den Ursachen dieser Erscheinung auf Grund der Formel (2) und der auf Dämpfe angewandten Laplaceschen Formel näherzutreten.

Nach der Formel (2) ergibt sich die Spannung $\mathfrak{f}$ des gesättigten Dampfes als die Differenz zwischen dem Druck p_i des ideellen Gases und den Innendrucken $\mathfrak{P}$. Nun ist nach (1) der Innendruck größer bei konvexer — und kleiner bei konkaver — als bei einer ebenen Oberfläche. Wenn eine Flüssigkeit eine freie konkave Oberfläche aufweist, dann hat der gesättigte Dampf eine entsprechend gekrümmte konvexe Oberfläche und infolgedessen ein größeres $\mathfrak{P}$, was nach obigem einer Verkleinerung von $\mathfrak{f}$ entspricht. Das Umgekehrte trifft bei einem konvexen flüssigem Meniskus (es ist der gesättigte Dampf der in diesem Falle eine konkave Oberfläche aufweist).

In der Annahme einer Oberflächenspannung des gesättigten Dampfes erleidet die Demonstration der Formel (9) eine leichte Abänderung und führt gleichzeitig zu einem etwas anderem Ergebnis (vgl. Chwolson, Lehrbuch der Physik). In der Tat, wenn wir mit p_i die Spannung des „idealen Dampfes" für das Niveau AB bezeichnen, haben wir für das Niveau CD $p_i - h\sigma$. Wenn wir nun die Bedingung des hydrostatischen Gleichgewichtes für die Ebene AB schreiben,

$$p_i - \mathfrak{R} + K = p_i - \mathfrak{P} + P + h(\varrho - \sigma)$$

1) Phil. Mag. (4) **42**, 448, 1871.

1) Wied. Ann. **28**, 394, 1886.
2) Wied. Ann. **27**, 522, 1886.
3) Wied. Ann. **35**, 200, 1888.
4) Wied. Ann. **29**, 655, 1886.
5) Zeitschr. f. phys. Chem. **59**, 218, 1907.
6) C. R. 152, 239, 1911.

so ergibt sich:

$$h(\varrho - \sigma) = -(\alpha - \mathfrak{a})\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Beim Kombinieren mit der Formel (3) erhalten wir

$$\mathfrak{f} = \mathfrak{f}_0 + \frac{(\alpha - \mathfrak{a})\sigma}{\varrho - \sigma}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \qquad (10)$$

Im Unterschied gegen Formel (9) von Lord Kelvin, die nur die Oberflächenspannung der Flüssigkeit enthält, hebt die Formel (10) auch den Einfluß der Oberflächenspannung des Dampfes hervor. Wie ersichtlich, wird (9) identisch mit (10), wenn wir α als „relative" Oberflächenspannung betrachten, so wie wir sie oben definiert haben.

Lord Kelvins Theorem führt zu einer viel einfacheren Formel, wenn wir von der Gegenwart der Flüssigkeit absehen und unser Augenmerk nur dem Dampfe allein zuwenden. Dann ergibt sich aus (1), (2), (3):

$$\mathfrak{f} = \mathfrak{f}_0 - \mathfrak{a}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Dieser Ausdruck stellt einen Sonderfall der Formel (10) für $\alpha = \varrho = 0$ dar.

II. Das Eötvössche Gesetz.

1. Das Problem der Bestimmung des Molekulargewichtes hat bis jetzt keine allgemeine von dem Aggregatzustand unabhängige Lösung gefunden. Die üblichen Methoden der Bestimmung des Molekulargewichtes sind nur für die in großer Verdünnung befindliche Materie anwendbar, also für Gase und verdünnte Lösungen; bei den Flüssigkeiten und besonders bei den festen Körpern wird das Molekulargewicht nur auf indirektem Wege und mit Hilfe von mehr oder weniger plausiblen Annahmen geschätzt. Es werden hierfür verschiedene empirische Formeln verwendet, die von Chemikern mehr oder weniger geschickt gehandhabt werden; nur flößen uns die erhaltenen Resultate kein großes Vertrauen ein, da wir überhaupt nicht wissen, was hinter diesen Formeln steckt.

Eine der meist verwendeten Methoden der Bestimmung des Molekulargewichtes bei Flüssigkeiten beruht auf der Kapillarität. Eötvös[1]) zeigte auf Grund des Theorems der korrespondierenden Zustände, daß der Ausdruck $\frac{d}{dT}(\alpha V^{2/3})$ für alle Flüssigkeiten den gleichen Wert haben soll (α ist dabei die Oberflächenspannung in dem gewöhnlich angewandten Sinne und V das Molekularvolumen im flüssigen Zustand). Da bei der graphischen Darstellung der Abhängigkeit des Produktes $\alpha V^{2/3}$ von der Temperatur Eötvös eine Gerade erhielt, nahm er die Gleichung

$$\alpha V^{2/3} = 0{,}227\,(T_k' - T)$$

als allgemein gültig an. In dieser Formel ist T_k' eine von der kritischen wenig entfernte Temperatur. Ostwald[1]) nennt den Ausdruck $\alpha V^{2/3}$ die „molekulare Oberflächenenergie" und hebt als erster die Verwendbarkeit dieser Formel zur Bestimmung des Molekulargewichtes bei reinen Flüssigkeiten hervor. Obige Benennung ist von M. Born und R. Courant[2]) allerdings beanstandet worden. Da die nachfolgenden Betrachtungen die Ansichten von Born und Courant als Grundlage benutzen, mögen ihre diesbezüglichen Ansichten wörtlich wiedergegeben werden: „In der Literatur findet sich für den Ausdruck $\alpha V^{2/3}$ die durchaus irreführende Bezeichnung „molekulare Oberflächenenergie". Wir haben dieses Wort mit Absicht vermieden, denn das Eötvössche Gesetz ist nicht die Energiegleichung, sondern die Zustandsgleichung der Oberfläche. Dieses ist nicht nur ein prinzipieller Unterschied, sondern man würde auch zu einem vollkommen falschen Resultate kommen, wollte man das Eötvössche Gesetz als den Ausdruck der Oberflächenenergie ansehen."

2. Eine ausgedehnte Untersuchung über die Anwendbarkeit des Eötvösschen Gesetzes verdankt man Ramsay und Shields. Sie bringen obiges Gesetz auf die Form

$$\alpha V^{2/3} = K(\tau - d), \qquad (11)$$

wo $\tau = T_k - T$ und d eine Konstante unbekannter Natur ist. Die Einführung dieser Konstante d scheint einigermaßen befremdend, da dieselbe die Symmetrie des Ausdruckes stört. Nichtsdestoweniger erweist sich deren Einführung in der Formel als notwendig zur richtigen Wiedergabe der experimentellen Ergebnisse. Dies ist um so befremdender, als die Theorie nicht zu der obigen Formel (11), sondern zu der einfacheren Formel

$$\alpha V^{2/3} = K\tau \qquad (12)$$

führt, wie aus den Arbeiten von Madelung[3]), Born-Courant zu ersehen ist. Es existiert also hier ein bisher ungeklärter Widerspruch zwischen Theorie und Experiment. Die erste führt notwendigerweise zu der Formel (12), während die experimentellen Ergebnisse nur mit der Formel (11) in Einklang zu bringen sind.

1) Wied. Ann. **27**, 448, 1886.

1) Allg. Chem. **1**, 541, 1891.
2) Physik. Zeitschr. **14**, 731, 1913.
3) Physik. Zeitschr. **14**, 729, 1913.

Aus dem Vorangehenden ergibt sich zwanglos aber eine Erklärung dieses Verhaltens und eine Beseitigung dieses Widerspruches. Die bisher bekannten theoretischen Versuche zur Feststellung der Zustandsgleichung der Oberfläche ziehen alle ausnahmslos den gesättigten Dampf nicht in Betracht, bzw. nehmen ohne weiteres an, daß die Dichte desselben zu vernachlässigen sei, so daß die angewandte Oberflächenspannung der „eigentlichen Oberflächenspannung" der Flüssigkeit entspricht, so wie sie sich aus der Formel (7) ergibt. In Übereinstimmung mit der Theorie genügt diese „eigentliche Oberflächenspannung" nur der einfachen Zustandsgleichung (12). In der Tat hat Bogdan[1]) als erster gezeigt, daß die Oberflächenspannung der Flüssigkeit nach der Formel (7) berechnet, zu der Zustandsgleichung (12) führt.

Der Ausdruck (11) bezieht sich aber auf die „relative Oberflächenspannung", die der Formel (8) entspricht, da die Versuche von Ramsay-Shields zur Messung der Größe α_r führen, weil die Flüssigkeit in Berührung mit ihrem gesättigten Dampf steht, dessen Druck nicht zu vernachlässigen ist. Korrekt geschrieben, ist also die Zustandsgleichung der Oberfläche einer Flüssigkeit in Berührung mit ihrem gesättigten Dampf nur durch die Formel

$$(\alpha - \mathfrak{a}) V^{2/3} = K(\tau - d) \qquad (13)$$

wiedergegeben.

3. Die Theorie der Oberflächenspannung der Flüssigkeiten läßt eine gewisse Analogie zwischen den Eigenschaften der Oberflächenschicht und denen einer gespannten Membran hervortreten. In logischer Verfolgung dieser Analogie, wenn wir die Oberflächenschicht als mehr oder weniger wirkliche Membran auffassen wollen, sind wir genötigt anzunehmen, daß auch bei den Flüssigkeiten zwei verschiedene Oberflächenspannungen existieren, nämlich eine an der Außenseite der als Membran gedachten Oberfläche, die andere auf der Innenseite derselben, die wir mit α_{ar} bzw. α_{ir} bezeichnen werden. Bei niedriger Temperatur, wo die Einwirkung des gesättigten Dampfes zu vernachlässigen ist, können wir annehmen $\alpha_{ar} = \alpha_{ir} = \alpha$. Wenn aber die Einwirkung des gesättigten Dampfes sich fühlbar zu machen beginnt, dann wird ohne weiteres ersichtlich, daß sie intensiver auf α_{ar} als auf α_{ir} einwirken wird. Es wird also deswegen $\alpha_{ir} > \alpha_{ar}$. Die Größe α_{ar}, die aus dem dynamischen Gleichgewicht zwischen der Flüssigkeit und ihrem Dampf zustande kommt, ist mit α_r identisch zu setzen.

Wir nehmen an, daß die „Unterflächenspannung" α_{ir} der einfachen Zustandsgleichung:

$$\alpha_{ir} s = K\tau \qquad (14)$$

folgt. Nur ist das durch (14) beschriebene Verhalten der direkten experimentellen Nachprüfung unerreichbar, denn die experimentellen Bestimmungen geben uns nur die Größe α_r. Die Einführung dieser letzten Größe an Stelle von α_{ir} in der Gleichung (14), werden wir mittels eines Verfahrens vornehmen, das ähnlich ist dem von Dieterici[1]) für den Übergang von dem inneren zum äußeren auf der Gefäßwand ausgeübten Drucke verwendeten.

Bezeichnen wir mit d die Arbeit, die bei der Umformung einer Molekularoberfläche geleistet wird, also

$$d = \int_{Sa}^{Si} \alpha \, ds,$$

dann kommen wir durch Anwendung der Gleichung (14) bei der isothermen Umwandlung zu der Gleichung

$$d = K\tau \log \frac{\alpha_{ir}}{\alpha_r},$$

woraus sich unmittelbar

$$\alpha_r = \alpha_{ir} e^{-\frac{d}{K\tau}} \qquad (15)$$

ergibt. Diese Formel stellt die Beziehungen zwischen der „Unter- und der „relativen Oberflächenspannung" dar. Aus (14) und (15) folgt des weiteren die Gleichung:

$$\alpha_r s = K\tau e^{-\frac{d}{K\tau}}, \qquad (16)$$

die die Zustandsgleichung der Oberfläche einer Flüssigkeit in Berührung mit ihrem gesättigten Dampf darstellt. Für Temperaturen, die genügend weit von dem kritischen Punkte entfernt sind, geht der Ausdruck (16) in der Eötvösschen Gleichung über. Obige Überlegungen erklären vollständig den Sinn der Konstante d; sie bedeutet eine Arbeit und infolgedessen darf sie nicht

t	α_r	α_{ir}
150	17,67	18,33
160	16,62	17,27
170	15,67	16,32
180	14,66	15,30
190	13,69	14,32
200	12,72	13,34
210	11,75	12,37
220	10,81	11,42
230	9,88	10,43
240	8,94	9,53
250	8,04	8,62
260	7,14	7,71
270	6,37	6,83
280	5,40	5,94
290	4,54	5,07
300	3,79	4,31

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **82**, 93, 1913.

1) Ann. d. Phys. (4) **5**, 51, 1901.

in Graden bemessen sein, wie es bisher meistens geschah.

Der Größenunterschied zwischen $a_{j\tau}$ und a_τ ist selbstverständlich sehr klein wegen der kleinen Werte der Konstante d. Eine Orientierung über die diesbezüglichen Größenverhältnisse gibt uns vorstehende Tabelle (S. 52), die die Zusammenstellung dieser Werte für Chlorbenzol enthält.

4. Die nachfolgenden Tabellen enthalten die Prüfung der Formel (16) mit Hilfe der Messungen

Äthyläther.
Kritische Temp. 194,5°.

$\frac{\Delta}{2{,}303} = 4{,}36651 \qquad \log_{10} K = 0{,}3409406$

t	τ	$a_\tau V^{2/3}$ beob.	$a_\tau V^{2/3}$ ber.	$a_\tau V^{2/3}$ $K-S$
20°	174,5°	363,7	361,2	360,5
40°	154,5°	317,4	317,4	317,1
50°	144,5°	296,0	295,5	295,3
60°	134,5°	272,8	273,6	273,6
70°	124,5°	251,0	251,8	251,9
80°	114,5°	229,5	229,9	230,2
90°	104,5°	208,1	208,1	208,4
100°	94,5°	186,9	186,3	186,8
110°	84,5°	165,3	164,5	165,0
120°	74,5°	143,6	142,7	143,3
130°	64,5°	122,0	121,0	121,6
140°	54,5°	100,4	99,3	99,9
150°	44,5°	78,7	77,8	78,3
160°	34,5°	58,6	56,5	56,5
170°	24,5°	39,0	35,6	34,8
180°	14,5°	19,9	15,9	13,0
185°	9,5°	12,3	7,2	2,2
190°	4,5	5,5	1,05	—8,7

Methylformiat.
Kritische Temp. 214°.

$\frac{\Delta}{2{,}303} = 2{,}56988 \qquad \log_{10} K = 0{,}3099922$

t	τ	$a_\tau V^{2/3}$ beob.	$a_\tau V^{2/3}$ ber.	$a_\tau V^{2/3}$ $K-S$
20°	194°	383,9	384,2	384,1
30°	184°	363,7	363,7	363,7
40°	174°	343,2	343,3	343,2
50°	164°	322,6	322,9	322,8
60°	154°	302,5	302,5	302,4
70°	144°	282,7	282,1	282,0
80°	134°	262,0	261,7	261,6
90°	124°	241,5	241,3	241,1
100°	114°	221,2	220,9	220,7
110°	104°	200,5	200,5	200,2
120°	94°	180,0	180,2	179,9
130°	84°	159,4	159,8	159,5
140°	74°	138,3	139,4	139,1
150°	64°	118,0	119,1	118,6
160°	54°	97,1	98,8	98,2
170°	44°	76,9	78,5	77,8
180°	34°	57,3	58,3	57,4
190°	24°	37,7	38,3	37,9
200°	14°	19,2	18,7	16,5
210°	4°	4,0	1,9	— 3,9

Äthylacetat.
Kritische Temp. 251°.

$\frac{\Delta}{2{,}303} = 3{,}18567 \qquad \log_{10} K = 0{,}3495713.$

t	τ	$a_\tau V^{2/3}$ beob.	$a_\tau V^{2/3}$ ber.	$a_\tau V^{2/3}$ $K-S$
20°	231°	500,7	500,5	499,2
80°	171°	367,2	366,6	365,7
90°	161°	344,4	344,0	343,9
100°	151°	321,7	321,7	321,2
110°	141°	299,0	299,3	298,9
120°	131°	277,1	277,0	276,6
130°	121°	254,7	254,7	254,4
140°	111°	231,9	232,3	232,1
150°	101°	209,6	210,0	209,9
160°	91°	187,1	187,3	187,6
170°	81°	164,8	165,4	165,4
180°	71°	143,0	143,2	143,1
190°	61°	120,4	120,9	120,8
200°	51°	98,9	98,5	98,6
210°	41°	78,4	76,7	76,3
220°	31°	56,8	54,7	54,1
230°	21°	35,7	33,1	31,8
240°	11°	15,9	12,6	9,6
245°	6°	7,2	3,9	— 1,6

Tetrachlorkohlenstoff.
Kritische Temp. 283°.

$\frac{\Delta}{2{,}303} = 2{,}4340 \qquad \log_{10} K = 0{,}3221230.$

t	τ	$a_\tau V^{2/3}$ beob.	$a_\tau V^{2/3}$ ber.	$a_\tau V^{2/3}$ $K-S$
80°	203°	414,6	414,6	414,7
90°	193°	393,7	393,6	393,7
100°	183°	372,3	372,6	372,6
110°	173°	351,7	351,6	351,6
120°	163°	330,3	330,6	330,5
130°	153°	309,4	309,6	309,5
140°	143°	288,1	288,6	288,4
150°	133°	267,4	267,7	267,4
160°	123°	246,7	246,7	246,3
170°	113°	226,0	225,2	225,3
180°	103°	204,8	204,7	204,2
190°	93°	183,3	183,8	183,2
200°	83°	162,3	162,8	162,1
210°	73°	140,8	141,9	141,1
220°	63°	118,9	121,0	120,0
230°	53°	96,8	100,0	99,0
240°	43°	76,5	79,2	77,9
250°	33°	55,5	58,5	56,8
260°	23°	35,9	37,8	35,8
270°	13°	21,7	17,7	14,7

von Ramsay-Shields. In der letzten Kolonne jeder Tabelle sind vergleichsweise auch die von diesen Autoren nach Formel (11) berechneten Werte angegeben worden.

Die Betrachtung dieser Tabelle zeigt, daß im allgemeinen der Gültigkeitsbereich der Formel

$$a_\tau V^{2/3} = K\tau e^{-\frac{A}{\tau}} \qquad (16\,a)$$

Benzol.
Kritische Temp. 288,5°.

$\frac{\Delta}{2{,}303} = 2{,}85471 \qquad \log_{10} K = 0{,}3230766$

t	τ	$a_r V^{2/3}$ beob.	$a_r V^{2/3}$ ber.	$a_r V^{2/3}$ K—S
80°	208,5°	425,1	425,1	425,1
90°	198,5°	404,5	404,0	404,0
100°	188,5°	384,0	383,0	383,0
110°	178,5°	362,9	362,0	361,9
120°	168,5°	341,6	340,9	340,9
130°	158,5°	320,3	319,9	319,8
140°	148,5°	299,0	298,9	298,8
150°	138,5°	278,1	277,9	277,8
160°	128,5°	256,9	256,9	256,7
170°	118,5°	235,2	235,8	235,7
180°	108,5°	213,8	214,8	214,6
190°	98,5°	193,4	193,8	193,6
200°	88,5°	172,5	172,8	172,5
210°	78,5°	151,9	151,9	151,5
220°	68,5°	131,0	130,9	130,5
230°	58,5°	110,1	110,0	109,4
240°	48,5°	89,0	89,1	88,4
250°	38,5°	68,7	68,3	67,3
260°	28,5°	48,6	47,6	46,3
270°	18,5°	28,8	27,3	25,3
275°	13,5°	19,9	17,5	14,8
280°	8,5°	9,0	8,3	4,2

Chlorbenzol.
Kritische Temp. 360°.

$\frac{\Delta}{2{,}303} = 3{,}33246 \qquad \log_{10} K = 0{,}3206327$

t	τ	$a_r V^{2/3}$ beob.	$a_r V^{2/3}$ ber.	$a_r V^{2/3}$ K—S
150°	210°	423,2	423,6	423,1
160°	200°	401,3	402,7	402,3
170°	190°	381,8	381,8	381,5
180°	180°	360,5	360,9	360,8
190°	170°	340,0	340,0	340,0
200°	160°	319,1	319,1	319,2
210°	150°	298,2	298,2	298,5
220°	140°	277,0	277,3	277,7
230°	130°	256,2	256,4	256,9
240°	120°	234,9	235,5	236,2
250°	110°	213,9	214,6	215,4
260°	100°	192,8	193,7	194,6
270°	90°	171,9	172,9	173,9
280°	80°	150,6	152,0	153,1
290°	70°	128,9	131,2	132,3
300°	60°	109,7	110,4	111,5
310°	50°	90,3	90,0	90,8
320°	40°	71,5	69,1	70,0
333°	27°	46,7	42,5	43,0

mit der Gleichung von Eötvös zusammenfällt. Beide Formeln erweisen sich gültig nur für Temperaturen, die mindestens um 30° weit von der kritischen Temperatur entfernt sind. Für Temperaturen, die näher dem kritischen Punkte sind, erweist sich Formel (16) der von Eötvös überlegen, da die Gleichung (16) im Gegensatz zur letzteren nur zu positiven Werten führt.

Alle oben studierten Stoffe haben bekanntlich ein normales Verhalten und zeigen keine sogenannte Molekularassoziation. Charakteristisch für die hier verwendete Zustandsgleichung der Oberfläche ist die Unabhängigkeit der Größe Δ von der Temperatur und der Größe K von der Natur der Substanz. Der mittlere Wert von K, berechnet nach den besonderen, in der Formel (16a) angewandten Werten, beträgt 2,1277 und ist also wenig verschieden von dem Wert 2,1209 von Ramsay-Shields.

5. Es existiert eine ganze Klasse von Stoffen, bei denen ebensowohl die Gleichung von Eötvös, wie die Gleichung (16), ihre Gültigkeit verlieren. Um die Formel (11) auch in diesem Gebiete der anormal sich verhaltenden Körper anwenden zu können, führen Ramsay-Shields die Hypothese einer „Molekularassoziation" ein, die die Größe $V^{2/3}$ obiger Gleichung beeinflussen soll. Im Gegensatz hierzu, unter Verwerfung obiger Hypothese, kommen Livingston und Morgan[1]) zu zufriedenstellenden Resultaten nur mit Hilfe der Annahme, daß die Temperaturabhängigkeit des Ausdruckes $a_r V^{2/3}$ komplizierter sei als in dem Gesetz von Eötvös. Sie geben der Zustandsgleichung der Oberfläche die Form

$$a_r V^{2/3} = A + Bt + Ct^2, \qquad (17)$$

wo t die Temperatur in Celsius-Graden und A, B, C empirische Konstanten bedeuten.

Da auch wir an der Wirklichkeit der Molekularassoziation Zweifel hegen[2]), haben wir eine Verallgemeinerung der Gleichung (16a) versucht, und zwar im Gegensatz zu Ramsay-Shields und in einer der von Livingston-Morgan ähnlichen Weise. In der Tat bedingt die Verwendbarkeit der Zustandsgleichung (16) bei verschiedenen Temperaturen implizite die Annahme $\Delta = \text{const}$. Diese allzu einfache Annahme kann nicht unbedingt und für alle Stoffe wahr sein, so daß im allgemeinen für Δ folgender Ausdruck angenommen werden dürfte:

$$\Delta = a\tau^2 + b\tau + c. \qquad (18)$$

Die Zustandsgleichung (16a) nimmt eine allgemeinere Form an:

$$a_r V^{2/3} = K' \tau e^{-\frac{a\tau^2 + c}{\tau}} \qquad (19)$$

wo

$$K' = K e^{-b}.$$

Für die Prüfung der Gleichung (19) haben wir folgende Tabelle aufgestellt, unter Verwendung der mehrfach erwähnten experimentellen

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **67**, 112, 1909.
2) Vgl. N. Barbulescu, Bull. Soc. Sciences. Cluj. IV, 62, 1928.

Messungen von Ramsay-Shields. Die letzte Kolonne jeder Tabelle enthält die Werte von $a_r V^{1/3}$, so wie sie mit Hilfe der Formel (17) von Livingston und Morgan berechnet worden sind.

Essigsäure.
Kritische Temp. 321,5°.

$$\frac{c}{2{,}303} = 2{,}792407 \qquad \frac{a}{2{,}303} = 0{,}000391$$

$$\log_{10} K' = 0{,}2257902.$$

t	τ	$a_r V^{1/3}$ beob.	$a_r V^{1/3}$ ber.	$a_r V^{1/3}$ $L-M$
20°	301,5°	371,2	378,3	364,1
130°	191,5°	261,5	262,1	262,4
140°	181,5°	250,2	250,2	251,0
150°	171,5°	238,4	238,1	239,3
160°	161,5°	226,3	225,7	227,2
170°	151,5°	213,9	213,1	214,8
180°	141,5°	200,2	200,2	202,0
190°	131,5°	187,9	187,1	188,9
200°	121,5°	174,9	173,7	175,4
210°	111,5°	160,5	160,1	161,6
220°	101,5°	146,9	146,2	147,5
230°	91,5°	132,1	132,1	132,0
240°	81,5°	117,5	117,8	118,0
250°	71,5°	101,5	103,0	102,7
260°	61,5°	86,0	88,1	87,2
270°	51,5°	71,6	72,9	71,2
280°	41,5°	54,8	57,6	54,9
290°	31,5°	39,9	41,9	38,3
300°	21,5°	25,1	26,3	21,3

Methylalkohol.
Kritische Temp. 240,0°.

$$\frac{c}{2{,}303} = 1{,}742720 \qquad \frac{a}{2{,}303} = 0{,}000858$$

$$\log_{10} K' = 0{,}2583270.$$

t	τ	$a_r V^{1/3}$ beob.	$a_r V^{1/3}$ ber.	$a_r V^{1/3}$ $L-M$
20°	220°	271,4	253,4	266,5
70°	170°	216,2	210,1	220,3
80°	160°	206,6	206,1	210,1
90°	150°	196,3	196,8	199,5
100°	140°	186,7	187,0	188,5
110°	130°	176,7	176,7	177,3
120°	120°	166,3	165,9	165,7
130°	110°	154,8	154,7	153,7
140°	100°	142,9	142,9	141,4
150°	90°	131,3	131,0	128,8
160°	80°	118,1	117,8	116,0
170°	70°	104,8	104,3	102,6
180°	60°	91,0	90,3	89,0
190°	50°	76,1	75,8	75,7
200°	40°	60,6	60,6	60,7
210°	30°	45,4	44,8	46,0
220°	20°	29,2	28,5	31,1
230°	10°	13,4	12,1	15,8

Es wird aus dieser Tabelle ersichtlich, daß die Genauigkeit der Formeln (17) und (19) dieselbe

Äthylalkohol.
Kritische Temp. 243,1°.

$$\frac{c}{2{,}303} = 2{,}213986 \qquad \frac{a}{2{,}303} = 0{,}000685$$

$$\log_{10} K' = 0{,}3298203.$$

t	τ	$a_r V^{1/3}$ beob.	$a_r V^{1/3}$ ber.	$a_r V^{1/3}$ $L-M$
20°	223,1°	331,0	328,5	328,8
40°	203,1°	307,3	307,2	308,4
60°	183,1°	284,8	285,1	286,1
80°	163,1°	261,2	261,2	261,9
90°	153,1°	247,9	248,5	249,1
100°	143,1°	235,0	235,5	235,8
110°	133,1°	221,7	221,9	222,0
120°	123,1°	208,0	207,8	207,8
130°	113,1°	193,3	193,3	193,1
140°	103,1°	178,8	178,2	177,9
150°	93,1°	163,0	162,6	162,2
160°	83,1°	147,2	146,5	146,1
170°	73,1°	130,1	129,8	129,4
180°	63,1°	112,6	112,6	112,3
190°	53,1°	94,9	94,9	94,8
200°	43,1°	75,7	76,4	76,7
210°	33,1°	57,1	57,5	58,2
220°	23,1°	39,2	38,2	39,2
230°	13,1°	19,8	18,6	19,8

ist und die damit erhaltenen Werte ziemlich zufriedenstellend ausfallen. Die Zustandsgleichung (19) ist aber der Gleichung (17) überlegen durch die größere Genauigkeit des Wertes der darin benutzten kritischen Temperaturen. In der Tat, wenn wir für jeden Stoff die Zustandsgleichung (17) gleich null setzen und nach T auflösen, erhalten wir folgende kritische Temperaturen:

Essigsäure	$T_k = 311{,}3°$
Methylalkohol	240,1
Äthylalkohol	240,3,

während die Messungen von Young, die in der Gleichung (19) benutzt wurden, zu etwas anderen Werten führen.

6. Als „eigentliche Zustandsgleichungen" der Oberfläche werden wir solche Gleichungen bezeichnen, in welchen die „eigentliche Oberflächenspannung" der Flüssigkeit eingeführt wird. Wie wir oben erwähnt haben, ist die erste Gleichung dieser Art von Bogdan studiert worden, obgleich seine Beweisführung auf eine unhaltbare Annahme sich gründet, wegen seiner Unkenntnis des Lord Kelvinschen Theorems. Die Gleichung (12) ist von Bogdan nur für sogenannte „normale" Stoffe geprüft worden. Für „anormale" Verbindungen nimmt er eine kompliziertere Temperaturfunktion an, nämlich:

$$a V^{1/3} = \tau (K - B\tau^m), \qquad (20)$$

wo m eine mit der Natur der Flüssigkeit veränderliche Größe ist, die die Werte 1, 1/3, 1/4 usw. haben kann.

Eine größere Genauigkeit wird durch Einführung der Dampfspannung in solche Gleichungen erhalten. Bei der Annahme einer Proportionalität zwischen der Verdampfungswärme und dem Ausdrucke $\alpha V^{2/3}$ erhält man[1]) im Falle normaler Stoffe:

$$\alpha V^{2/3} = kT \log \frac{\pi_0}{p}, \qquad (21)$$

wo T die absolute Temperatur, p die Spannung des gesättigten Dampfes und π_0 der kritische Druck des betreffenden Dampfes bedeutet. Für die sogenannten „anormalen" Körper erhalten wir unter derselben Grundannahme, aber bei Einführung der Nernstschen Formel[2]) für die Verdampfungswärme

$$\alpha V^{2/3} = (A + BT + CT^2)\left(1 - \frac{p}{\pi_0}\right), \qquad (22)$$

wo A, B und C empirische Konstanten sind. Die Gleichungen (21) und (22) sind bis zum kritischen Punkte gültig.

Zusammenfassung.

1. Es wurde versucht, die Existenz einer Oberflächenspannung auch bei Gasen und gesättigten Dämpfen festzustellen. Auf Grund der Betrachtungen von Laplace und Lord Kelvin wurde die Größe der Oberflächenspannung der gesättigten Dämpfe berechnet. Es wurde gefunden, daß dieselbe mit der Temperatur bis zu einem Maximum wächst, das in der Nähe des kritischen Punktes liegt. Die diesen Maximis entsprechenden Temperaturen sind korrespondierende Temperaturen.

2. Es wurde gezeigt, daß die „relative" Oberflächenspannung einer Flüssigkeit in Berührung mit ihrem gesättigten Dampf gleich der Differenz zwischen ihrer „eigentlichen" Oberflächenspannung und der des gesättigten Dampfes zu setzen ist. Dabei wurde als „eigentliche" Oberflächenspannung der Flüssigkeit bzw. des Dampfes deren Spannung in Berührung mit Luft als innertes Medium angenommen.

3. Es wurde auf Grund der so festgestellten Oberflächenspannung eine Erklärung des Phänomens von Lord Kelvin gegeben.

4. Der bisherige Widerspruch zwischen der theoretisch abgeleiteten und der experimentell gültigen Formel von Eötvös wurde erklärt und beseitigt.

5. Um die Einführung der Konstante d in der gewöhnlichen Formel von Eötvös zu erklären, wurde angenommen, daß an der Oberfläche jeder Flüssigkeit zwei Oberflächenspannungen, eine innere und eine äußere O. S., in Betracht zu ziehen sind. Diese Annahme führte zu einer neuen Zustandsgleichung der Oberfläche

$$\alpha_r V^{2/3} = K\tau e^{-\frac{\Delta}{\tau}},$$

deren Gültigkeit für normale Stoffe geprüft wurde und deren Genauigkeit die der Eötvösschen Formel übertrifft.

Für anormale Stoffe wurde dieselbe Formel angewandt, wo aber für Δ eine lineare Temperaturfunktion eingeführt wurde.

Klausenburg (Cluj), Laborat. f. physikal. Chem. d. Universität.

(Eingegangen 17. Oktober 1929.)

1) N. Barbulescu, Bull. Soc. Sciences Cluj **4**, 251, 1928.

2) Gött. Nachr. 1906, Heft I.

Ein Gegentaktoszillator für Elektronenschwingungen.

Von H. E. Hollmann.

(Vorgetragen auf der Gautagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Bad Kreuznach am 24. November 1929.)

Während sich sehr kurze gedämpfte elektrische Wellen auf einfache Weise durch Funkenentladungen herstellen lassen und mit ihrer geringsten Länge von etwa 0,1 mm bereits in das Gebiet der langwelligen Wärmestrahlen hineinreichen, treten bei der Erzeugung ungedämpfter Wellen mit Elektronenröhren erhebliche Schwierigkeiten auf. Es versagen nämlich in dem Bereich von Dezi- und Zentimeterwellen die bei geringeren Frequenzen gebräuchlichen Anordnungen und Prinzipien vollkommen, weil die Bewegungsvorgänge der Elektronen zu langsam gegenüber der Periodendauer verlaufen[1]). Theoretisch würden zwar mikroskopisch kleine Röhren auch in diesem Wellenbereich noch trägheitslos arbeiten, doch ist hier natürlich bald eine technische Grenze gezogen.

Durch einen Zufall entdeckten Barkhausen und Kurz[2]) eine völlig neuartige Erzeugungsweise ungedämpfter Wellen von mehreren Dezimetern Länge, und zwar die bekannte „Bremsfeldschaltung" einer Dreielektrodenröhre. Diese unterscheidet sich von der normalen Betriebsweise dadurch, daß das Gitter ein hohes positives, die Anode dagegen ein schwach negatives Potential gegenüber dem Heizfaden erhält. Infolge der anormalen Feldverteilung zwischen den Elektroden führen die vom Heizfaden emittierten Elektronen eine Pendelbewegung um das Gitter aus, indem sie bei ihrem Flug in Richtung auf das

Gitter zu beschleunigt, nach dem Durchtritt durch das Gitter in dem nunmehr in entgegengesetzter Richtung wirkenden elektrischen Bremsfeld verzögert und in ihrer Bewegung umgekehrt werden. Die auf diese Weise schwingenden Elektronen strahlen dann, wie in einem „Riesenatom", elektrische Wellen aus.

Während auf Grund dieser einfachen Vorstellung die Bewegung eines einzelnen Elektrons leicht zu übersehen ist, ergeben sich bei Betrachtung der Gesamtmasse der vom Heizfaden ausgesandten Elektronen einige Schwierigkeiten, denn damit die Pendelbewegung nach außen wirksam wird und Wellen ausstrahlt, ist die Annahme erforderlich, daß die Elektronen — wenigstens in der Mehrzahl — in einer gewissen Ordnung, d. h. synchron und konphas schwingen. Ohne auf die verschiedenen, zum Teil recht verwickelten Theorien einer solchen geordneten Elektronenbewegung einzugehen, sei hier die Anschauung einer Steuerung durch die negative Raumladung vertreten. Danach vermehrt im eingeschwungenen Zustand die rückwärts aus dem Anodenraum in den Kathodenraum eindringende Elektronenwolke die Raumladung vor der Kathode und setzt dadurch den Emissionsstrom herab. Während der nächsten Viertelperiode der Elektronenumkehr, in der die Elektronen den Kathodenraum wieder verlassen, nimmt die Raumladung wieder auf ihren alten Wert ab, der Emissionsstrom steigt auf den Sättigungsbetrag, und es wird eine neue Elektronenwolke durch die Gittermaschen in den Anodenraum geschleudert, bei deren Rückkehr sich dann der ganze Steuervorgang wiederholt. Die Folge dieser Vorstellung ist, daß beim Schwingungseinsatz der mittlere Ruhestrom absinken muß, was schon von Barkhausen und Kurz (l. c. 2. Fig. 3) und späterhin von anderen Autoren[3]) experimentell bestätigt wird.

Nach der Barkhausenschen Theorie ist die Frequenz der Elektronenschwingungen eine unmittelbare Funktion der elektrischen Feldstärke zwischen den Elektroden, oder für eine gegebene Röhre der Elektrodenpotentiale, denn je rascher sich die Elektronen bewegen, um so kürzer wird die einer Hin- und Rückbewegung entsprechende Periodendauer. Die Wellenlänge muß also mit steigenden Elektrodenspannungen abnehmen, was mit dem Experiment in vollem Maße übereinstimmt; nur in besonderen Ausnahmefällen, z. B. bei sehr großen Elektrodenabständen[4]) oder beim völligen Fehlen einer ausgesprochenen Bremselektrode[5]) kehrt zufolge eines Überwiegens der negativen Raumladung die Beziehung um, so daß die Wellenlänge mit den Spannungen zunimmt.

Nicht mehr so einfach liegen die Verhältnisse, wenn ein Schwingungskreis an die Röhre angekoppelt wird. Dann hängt nämlich die Elektronenfrequenz nicht ausschließlich von den Elektrodenpotentialen, sondern auch vom Abstimmzustand des Schwingungssystems ab, wie es in der Fig. 1 dargestellt ist l. c. [4]) [6]).

Zunächst ist oberhalb der Kurvenschar das Schema eines Elektronenoszillators mit einem Lecherschen Paralleldrahtsystem angegeben. Wird die Abstimmbrücke längs der Drähte verschoben, so ändern sich die Wellenlängen entsprechend den für drei verschiedene Gitterspannungen geltenden Kurven. Darin lassen sich drei Schwingungsgebiete von ganz verschiedenem Charakter unterscheiden: Erstens der Bereich „A" reiner Barkhausen-Kurz-Schwingungen, deren Wellenlänge in Übereinstimmung mit der Theorie von der Verstimmung des Schwingungssystems unbeeinflußt bleibt, dafür aber mit wachsender Gitterspannung abnimmt. Zweitens hebt sich ein Bereich „B" ab, in dem die Wellenlänge gerade das umgekehrte Verhalten aufweist, d. h. sich unabhängig von den Elektrodenpotentialen nur mit der Verstimmung des Paralleldrahtsystems ändert. Diese Schwingungsform der Bremsfeldschaltung ist erstmalig von Gill und Morrell[7]) beobachtet worden und ist deshalb von besonderer praktischer Bedeutung, weil sie sich nicht allein durch ihre höhere Frequenz, sondern vor allem durch eine weitaus größere Intensität vor den reinen Barkhausen-Kurz-Schwingungen auszeichnet. Im dritten Bereich „C" findet schließlich ein stetiger Übergang zwischen Bereich „A" und „B" statt, wobei die Wellenlänge gleichzeitig von beiden Faktoren, nämlich den Elektrodenpotentialen einerseits und den Abstimmverhältnissen andererseits abhängt. In Unkenntnis der beiden Grenzbereiche hat dieser stetige Übergang zu einer großen Zahl der verschiedensten Theorien Anlaß gegeben, von denen indessen keine den experimentellen Beobachtungen vollkommen gerecht zu werden vermag.

Die mehrfache Wiederholung der Frequenzsprünge und das mehrfache Auftreten der verschiedenen Bereiche rührt von Oberschwingungen des Paralleldrahtsystems her. Von Wichtigkeit ist, daß sich die Elektroden in einem Spannungsbauch befinden, wie es die in Fig. 1 gestrichelt eingezeichnete und die Spannungsverteilung auf den Lecherdrähten darstellende Linie angibt, damit die induzierten Wechselspannungen hinreichende Beträge erreichen.

Die Ursache für den plötzlichen, sprunghaften Übergang des Bereichs „A" in den Bereich „B" sind die von den Elektronenschwingungen im Paralleldrahtsystem induzierten Wechselspannungen, die sich den Elektrodengleichspannungen überlagern und auf die Schwingun-

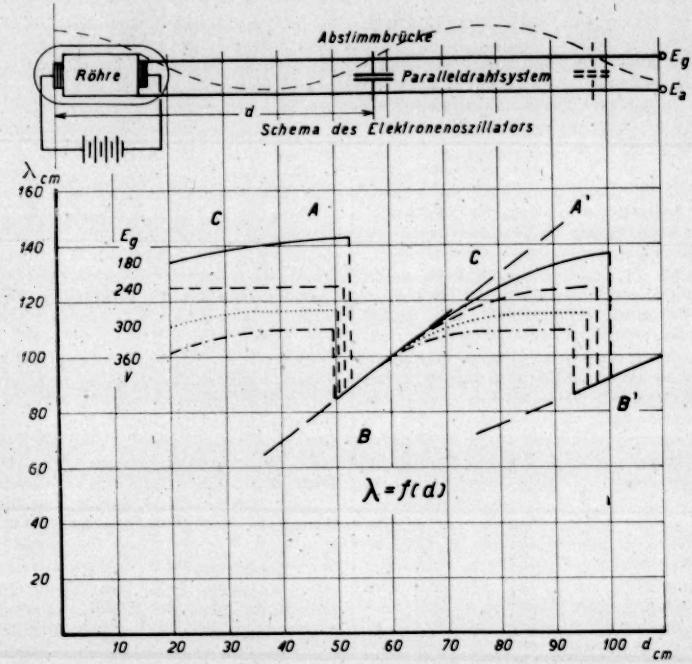


Fig. 1. Schema des Elektronenoszillators nach Barkhausen-Kurz mit Abstimmkurven.

gen zurückwirken. Aus der Theorie der Elektronenbewegung im Wechselfeld (l. c. 4. Teil I § 6b) ergibt sich, daß eine Erhöhung der Elektronenfrequenz eintritt. Liegt die Abstimmung des Drahtsystems daher über der Elektronenfrequenz, so nimmt diese, entsprechend der Höhe der induzierten Wechselspannung, die ihrerseits wieder von der Abstimmung abhängt, zu und nähert sich der Eigenfrequenz der Paralleldrähte. Dadurch findet aber ein weiterer Spannungsanstieg und eine weitere Annäherung an die Resonanz statt und so fort. Ersichtlich kommt es zu einem Aufschaukelvorgang, der sowohl die Wechselspannungen als auch die damit zusammenhängende Elektronenfrequenz betrifft, und der mit der völligen Resonanz mit dem Drahtsystem einen stabilen Endzustand erreicht. Da der Prozeß in Analogie zur bekannten Energierückkopplung verläuft, nur mit der Erweiterung, daß sich neben der Energie auch die Frequenz emporschaukelt, kann er als Frequenzrückkopplung bezeichnet werden[8]). Hierzu sei bemerkt, daß die Frequenzrückkopplung durchaus nicht etwa auf Elektronenschwingungen beschränkt ist, sondern daß sich analoge Verhältnisse im ganzen Frequenzbereich elektrischer und auch mechanischer Schwingungen realisieren lassen. Auf den Elektronenoszillator angewandt stellt die Frequenzrückkopplung eine Erweiterung der Energie- oder Amplitudenrückkopplung über die eingangs gekennzeichnete Grenze der Frequenz nach kurzen Wellen hin dar.

Das Streben der Technik und der Forschung geht einerseits nach einer Steigerung der Schwingungsleistung, andererseits nach einer Verkürzung der Wellenlängen. Der zur Leistungssteigerung sonst allgemein eingeschlagene Weg einer Vergrößerung der Senderöhre führt im vorliegenden Fall nicht zum Ziel, weil die Röhrenelektroden einen wesentlichen Bestandteil des Schwingungssystems bilden, und ihre Vergrößerung daher eine Verlängerung des Wellenbereichs zur Folge haben würde. Aber auch eine beliebige Verkürzung der Wellenlänge, die nach der Theorie von Barkhausen und Kurz lediglich durch hinreichende Steigerung der Feldstärke zwischen den Elektroden zu erreichen sein müßte, erweist sich als unmöglich. Es zeigt sich

im Gegenteil, daß bei kleinen Elektrodenabständen die Schwingungen schon bei geringeren Spannungen aussetzen, als bei größeren Röhren, wenn man die beschränkte Belastbarkeit der Elektrodensysteme berücksichtigt. Dies ist auf Grund der Steuerwirkung durch die negative Raumladung leicht zu erklären, indem bei großen Feldstärken die Raumladung zu gering wird, um die geforderte Steuerwirkung noch auszuüben. Vor allem außerhalb des Gitters wird die Raumladung mit zunehmendem Gitterpotential rasch abnehmen, weil die Zahl der kraft ihrer kinetischen Energie die Niveauflächen des Gitters durchdringenden Elektronen immer geringer wird, je stärker die Anziehungskraft der Gitterstäbe ist. In solchen Fällen geht also der periodische Elektronenstrom in der Bremsfeldanordnung in einen kontinuierlichen über, und die zur Schwingungserzeugung geforderte Ordnung des Elektronentanzes hört auf.

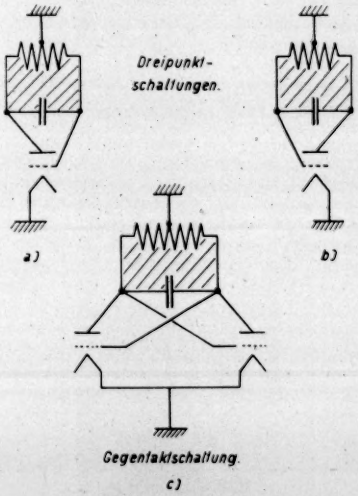


Fig. 2. Entstehen einer Gegentaktschaltung c) aus zwei einzelnen Dreipunktschaltungen a) und b).

Im Folgenden wird nun eine Anordnung beschrieben, welche die beiden Forderungen nach einer Steigerung der Leistung und der Frequenz miteinander zu vereinigen gestattet. Sie beruht auf dem im Bereich längerer Wellen allgemein bekannten Gegentaktprinzip von Eccles-Holborn-Mesny[9]), das, soweit es zum Verständnis des Folgenden von Bedeutung ist, an Hand der Fig. 2 kurz erläutert sei. Die Figur zeigt unter a) und b) zwei unter der Bezeichnung „Dreipunktschaltungen" bekannte Schwinganordnungen, danach benannt, daß die Steuerspannungen für Gitter und Anode sowie der Nullpunkt an drei Punkten des durch die Schraffur hervorgehobenen Schwingungskreises abgerissen werden. Beide Schaltungen unterscheiden sich nur dadurch voneinander, daß die Anschlüsse von Gitter und Anode vertauscht sind, wodurch sich am Prinzip der Schaltung nichts ändert, d. h. in beiden Fällen wird der Schwingungskreis durch die Röhren in gleicher Weise angeregt. Aus einer Kombination von a) und b) geht die Gegentaktschaltung c) hervor, bei welcher zwei Röhren im Gegentakt, d. h. mit einer Phasenverschiebung von 180 Grad arbeiten, denn wenn die eine Röhre die positive Halbwelle erhält, befindet sich die andere im negativen Bereich und umgekehrt. Der Schwingungskreis selbst wird dabei als Ganzes mit vermehrter Energie angeregt, als in den Einzelschaltungen, wobei, wie beim bekannten Gegentaktverstärker, Unsymmetrien durch die Röhrenkennlinien kompensiert werden. Das Gegentaktprinzip hat denn auch vor allem im Bereich von Meterwellen seine Überlegenheit über die einfachen Rückkoppelschaltungen bewiesen[10]).

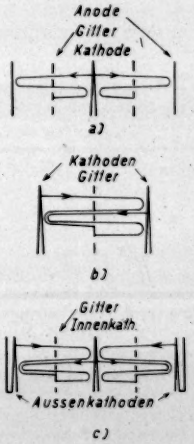


Fig. 3. Schema des Elektronengegentaktoszillators.

Auf welche Weise sich das Gegentaktprinzip auf den Elektronenoszillator übertragen läßt, wird aus der Fig. 3 ersichtlich. Darin stellt zunächst die Fig. a) einen Schnitt durch eine normale zylindrische Dreielektrodenröhre dar, in deren beiden Hälften sich zwei Elektronen vom Heizfaden aus in entgegengesetzten Richtungen

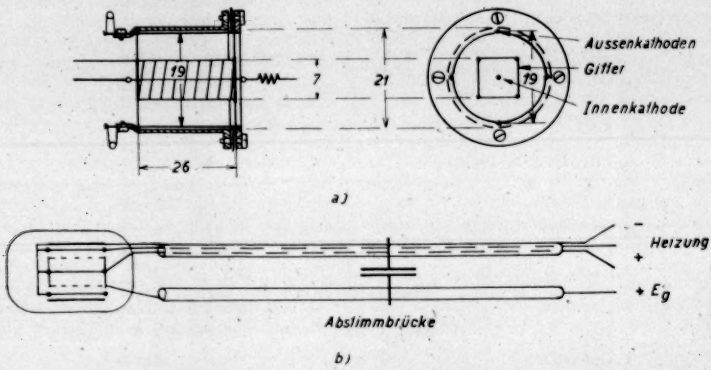


Fig. 4. Schema der Gegentaktröhre a) und Anschluß des Abstimmsystems b) (Maße in mm).

bewegen. Kombiniert man die beiden Hälften, indem man sie ebenso wie die Schaltungen a) und b) der vorhergehenden Figur durch Verschieben zur Deckung bringt, so erhält man die unter b) dargestellte Symmetrieanordnung. Diese besteht also aus einer Gitterelektrode von hohem positivem Potential, zu deren beiden Seiten Glühkathoden angeordnet sind. Jede dieser Kathoden wirkt für die von der anderen ausgehenden und durch das Gitter hindurchfliegenden Elektronen als Bremselektrode, weil beide gegenüber dem Gitter das Potential Null haben. Zufolge der Steuerwirkung der negativen Raumladung ist auch hier zu erwarten, daß die gesamte Elektronenmasse synchron und konphas schwingt, das bedeutet aber, daß die von beiden Kathoden ausgehenden Elektronenwolken, analog den beiden Röhren der Gegentaktschaltung, um 180 Grad phasenverschoben sind, so daß sich für zwei Elektronen die in die Abb. eingezeichneten Bahnen ergeben.

Schließlich zeigt die Abb. 3c die Anwendung des Gegentaktprinzips auf die zylindrische Röhrenform, wobei die Außenkathode aus einzelnen, durch eine „Anode" nach außen abgeschirmten Heizfäden gebildet wird; ebenso kann natürlich auch eine Heizspirale oder etwa ein indirekt beheizter Oxydzylinder Verwendung finden.

Den Aufbau einer, dem letzten Schema entsprechenden Versuchsröhre zeigt die Fig. 4a. Analog den zur Erzeugung von Barkhausen-Kurz-Schwingungen besonders geeigneten „Schott"-Röhren besitzt sie ein prismatisches Gitter, über dessen 4 Längsträger eine Bewickelung aus dünnem Draht angebracht ist. Außer dem inneren Heizfaden sind in etwa 1 mm Abstand von der Außenelektrode 4 weitere Heizfäden ausgespannt. Um den Abstimmvorgang in bezug auf beide Kathoden symmetrisch zu gestalten, sind Innen- und Außenkathode mit dem Außenzylinder zusammengefaßt und dem Schema 4b entsprechend mit einem Leiter eines Paralleldrahtsystems verbunden, während der andere Leiter zum Gitter führt. Unsicherheiten,

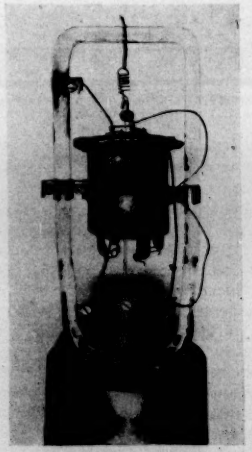


Fig. 5. Ansicht der Gegentaktröhre.

die durch Drosselspulen in den Batteriezuleitungen entstehen könnten, sind dadurch ausgeschaltet, daß die verschiedenen Heizzuleitungen im Innern des röhrenförmigen Parallelleiters geführt sind, und mit demselben abgestimmt

werden. Die Fig. 5 gibt eine Ansicht der Gegentaktröhre im Lichtbild und läßt oberhalb der Außenelektrode einen zur Befestigung der 4 Außenheizfäden dienenden, isolierten Metallring, sowie unterhalb 4 Spannfedern erkennen. Die Innenkathode wird von der oben sichtbaren Spiralfeder gespannt gehalten.

Ohne auf die umfangreichen, mit dieser Röhre angestellten Versuche im Einzelnen einzugehen, seien die erhaltenen Resultate an Hand der Fig. 6 zusammengefaßt. Daß bei kalten Außenkathoden die vom inneren Heizfaden emittierten Elektronen die Barkhausensche Pendelbewegung ausführen und auch der Frequenzrückkopplung unterliegen, ist ohne Weiteres zu erwarten, stellt doch in dieser Betriebsweise die Gegentaktröhre nichts weiter als eine normale Dreielektrodenröhre dar, wenn man von der geringen Feldverzerrung durch die 4 äußeren Heizfäden absieht. Diese Vermutung wird denn auch durch die mittlere Kurve der Fig. 6 bestätigt, welche den charakteristischen Verlauf der Wellenlänge mit den 3 Schwingungsgebieten der Barkhausen-Kurz, Gill und Morrell- und der Übergangsschwingungen aufweist. Im Widerspruch mit den bisherigen Anschauungen steht indessen die weitere Beobachtung, daß auch bei alleiniger Heizung der Außenkathoden Elektronenschwingungen auftreten, obwohl in diesem Fall die Potentialverteilung für die schwingenden Elektronen gerade umgekehrt ist. Darauf mag denn auch zurückzuführen sein, daß, wie die obere Kurve der Fig. 6 angibt, die Frequenz gegenüber den Schwingungen der Innenkathode etwas geringer ist, und daß der Einsatz der Frequenzrückkopplung später erfolgt.

Daß die Verhältnisse freilich bei Heizung der Innen- und der Außenkathoden nicht vollkommen spiegelbildlich sind, geht aus dem „negativen" Anodenstrom hervor, welcher allgemein als Kennzeichen von Elektronenschwingungen auftritt und dem negativen Anodenpotential entgegenfließt[11]). Er geht nämlich bei Heizung der Außenkathoden nicht etwa auf die kalte Innenkathode über, wie es bei einer völligen Umkehr der Verhältnisse der Fall sein müßte, sondern fließt ebenso wie bei der normalen Bremsfeldanordnung auf den äußeren Zylinder ab, wobei die Elektronen zwischen den Außenheizfäden hindurchfliegen müssen. Um den inneren Draht bildet sich eine so starke negative Raumladungswolke, daß selbst bei positiven Spannungen von über 100 Volt noch kein merklicher Strom auftritt, und auch keine Rückwirkung auf die Elektronenfrequenz festzustellen ist. Abgesehen von der geringfügigen Abweichung der Frequenzen scheint damit der Mechanismus der Schwingungen in beiden Fällen derselbe zu sein, wobei es gleichgültig ist, von welcher Seite aus die Einführung und Nachlieferung von Elektronen in den Schwingungsvorgang stattfindet.

Die untere Kurve der Fig. 6 zeigt nun den

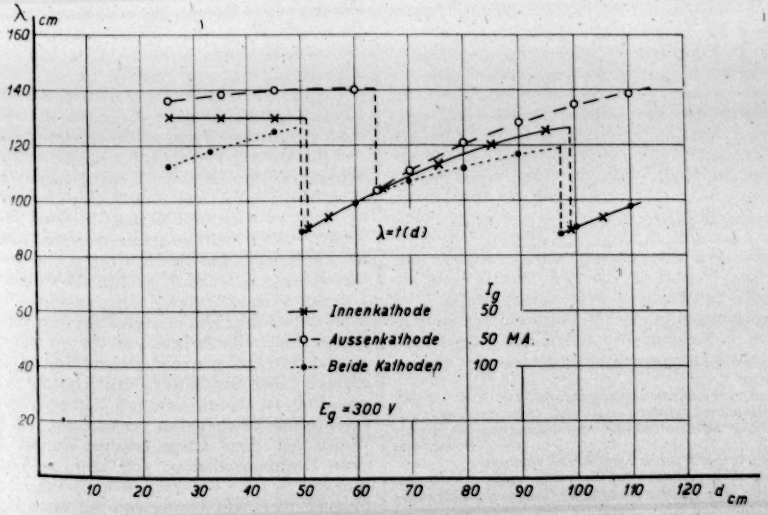


Fig. 6. Abstimmkurven des Gegentaktoszillators.

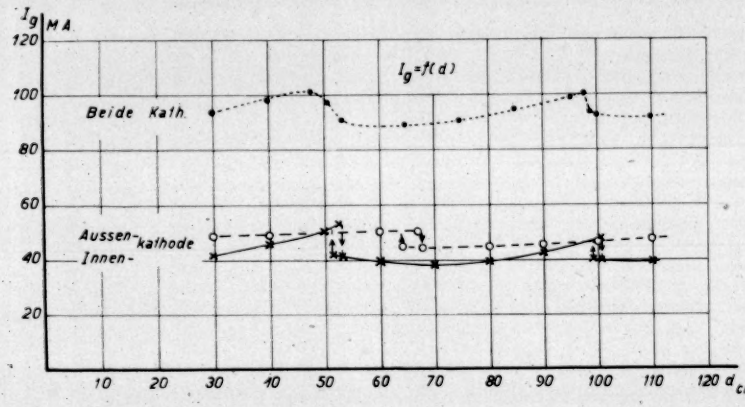


Fig. 7. Verlauf des Gitterstroms bei Änderung der Abstimmung.

Verlauf der Wellenlänge für den Fall, daß beide Kathoden gleichzeitig geheizt werden; dabei steigt der Gitterstrom natürlich auf den doppelten Betrag an. Die erwartete Synchronisierung macht sich nicht allein in einer beträchtlichen Zunahme der Schwingungsintensität, sondern vor allem dadurch bemerkbar, daß die beiden an sich verschiedenen Frequenzen der einzelnen Kathoden zu einer einheitlichen Welle zusammenfallen, die zudem unterhalb der beiden Einzelwellen liegt. Auch diese Gegentaktschwingungen unterliegen der Frequenzrückkopplung*).

Daß die Verhältnisse jedoch bei der Gegensteuerung nicht mehr so übersichtlich liegen, wie bei der einfachen Bremsfeldanordnung, lehrt eine Beobachtung des Gitterstroms, der allgemein beim Einsatz der Frequenzrückkopplung um den Betrag absinkt, um den der negative Anodenstrom ansteigt. Für die drei verschiedenen Heizungen ist sein Verlauf mit der Abstimmung der Paralleldrähte in der Fig. 7 wiedergegeben. Wird nur eine der beiden Kathoden geheizt, so ändert er sich sprunghaft, wie es nach den bisherigen Versuchen und der Theorie gefordert werden muß, wobei sich zudem starke Zieherscheinungen in einer Verlagerung der Sprungstelle in Richtung der Abstimmung bemerkbar machen. Demgegenüber findet bei der Gegensteuerung beider Kathoden eine stetige Abnahme des Gitterstroms statt, so daß sich beliebige Zwischenwerte einstellen lassen; eine Erklärung für diese Anomalie kann auf Grund der vorhandenen Unterlagen noch nicht gegeben werden.

Was nun die praktischen Vorzüge der Gegentaktanordnung betrifft, so beruhen sie zunächst auf einer Leistungssteigerung über das von den Einzelkathoden erzeugte Maß hinaus. Vorläufig stehen freilich einer maximalen Energieausbeute noch die Abweichungen der Einzelfrequenzen im Wege, die aber durch passende Dimensionierung der Gitterelektrode leicht zu beseitigen sind. Auch hierin liegt eine Parallele zur Gegentaktschaltung, da deren Wirkungsgrad ebenfalls nur dann am größten ist, wenn die beiden Röhren in ihren elektrischen Daten völlig übereinstimmen.

Ein weiterer Vorzug ist die Ausdehnung der Schwingungsbereiche nach höheren Elektrodenspannungen oder, was damit gleichbedeutend ist, nach kürzeren Wellen hin. Dies hat seine Ursache darin, daß die steuernde Raumladung nicht mehr allein von den das Gitter passierenden Elektronen gebildet wird, sondern um die Emission der zweiten Kathode vermehrt wird. Obwohl die vorliegende Versuchsröhre mit ihrem großen Elektrodendurchmesser von 21 mm zu Kurzwellenrekorden wenig geeignet ist, sei angegeben, daß bei einer Gitterspannung von 1200 Volt, bei der die einzelnen Kathoden keine Schwingungen mehr gaben, noch äußerst kräftige Wellen von 48 cm Länge erhalten wurden bei einer Leistungsaufnahme von über 40 Watt. Wie weit sich die Wellenlänge durch Verkleinerung der Elektrodendimensionen verringern läßt, muß weiteren Versuchen vorbehalten bleiben.

*) Im Zusammenhang mit der Fig. 6 sei auf den Umstand hingewiesen, daß sich trotz der doppelten Elektronendichte bei der Gegensteuerung die Eigenwelle des Elektrodensystems nicht geändert hat, wie es nach der Theorie von Kohl (Zeitschr. f. Techn. Phys. **9**, 472, 1928) der Fall sein müßte, wenn die Dichte des „Elektronengases" auf die Elektrodenkapazität von Einwirkung ist (vgl. hierzu auch lc. 4, Fig. 10).

Die Schwierigkeiten in der Herstellung kleiner Röhren mit mehreren Heizfäden vermindern sich beträchtlich, wenn es gelingt, auch zwischen ebenen Elektroden Elektronenschwingungen zu erzeugen. Das ist aber, abgesehen von einem einzigen wenig durchsichtigen Fall[12]), bisher noch nicht gelungen, vielmehr neigte man zu der Ansicht, daß die zylindrische und symmetrische Elektrodenform eine unerläßliche Vorbedingung für Elektronenschwingungen sei. Die weiteren Versuche mit dem Gegentaktoszillator ergaben aber, daß selbst wenn nur eine der 4 Außenkathoden geheizt wurde, in welchem Fall also von Symmetrie keine Rede mehr sein kann, noch Schwingungen auftreten. Diese Beobachtung berechtigt zu der Erwartung, daß auch die Konstruktion ebener Elektronenoszillatoren zum Ziel führen wird, wobei sich durch Anordnung des Gitters in der Mitte zwischen den beiden Kathoden die für die Gegentaktröhre geforderte Symmetrie mit Sicherheit herstellen läßt. Damit sind völlig neue Aussichten gegeben, um ungedämpfte elektrische Wellen von praktisch brauchbarer Intensität herzustellen.

Zusammenfassung.

Das bekannte Gegentaktprinzip von Eccles-Holborn-Mesny, das auf der Gegensteuerung zweier Röhren in einer symmetrischen Schaltung beruht, läßt sich auf den Elektronenoszillator von Barkhausen und Kurz übertragen. Zu diesem Zweck werden beiderseits einer positiven Gitterelektrode zwei Glühkathoden angeordnet, deren jede für die von der anderen emittierten und durch das Gitter hindurchfliegenden Elektronen als Bremselektrode wirkt, wobei die gesamte Elektronenmasse im Gegentakt gesteuert wird.

Versuche mit einer zylindrischen Gegentaktröhre, die sich von einer normalen Dreielektrodenröhre durch 4 weitere, in geringem Abstand von der Außenelektrode angebrachte Heizfäden unterschied, ergaben, daß auch bei alleiniger Heizung dieser Außenkathoden Schwingungen auftraten, obwohl die Potentialverteilung für die schwingenden Elektronen im Vergleich zur Innenkathode gerade umgekehrt ist. Bei gleichzeitiger Heizung beider Kathoden macht sich die Synchronisierung in einem Zusammenfallen der von beiden Kathoden einzeln erregten, verschieden langen Wellen bemerkbar.

Die Vorzüge der Gegentaktanordnung liegen einerseits in einer Steigerung der Schwingungsintensität, andererseits in einer Erweiterung der Schwingungsbereiche nach kurzen Wellen hin, bewirkt durch eine Vermehrung der negativen, die Elektronenpendelbewegung steuernden Raumladung zu beiden Seiten des Gitters.

Der Umstand, daß auch bei Heizung nur einer der 4 Außenkathoden, d. h. bei völlig unsymmetrischer Röhre noch Schwingungen auftreten, widerspricht der bisherigen Anschauung, daß eine symmetrische Zylinderform der Elektroden für die Barkhausen-Kurz-Schwingungen eine unerläßliche Vorbedingung sei.

Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, die mir die Fortsetzung meiner Untersuchungen ermöglicht, bin ich zu großem Dank verpflichtet; ferner danke ich meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. H. Rau, für sein freundliches Interesse und die bereitwillige Überlassung der Mittel seines Instituts.

Darmstadt, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, November 1929.

Literatur.

1) H. E. Hollmann, Jahrb. d. drahtl. Tel. **33**, 27, 1929.
2) H. Barkhausen und K. Kurz, Phys. Zeitschr. **21**, 1, 1920.
3) B. v. d. Pol, Physica **5**, 1, 1925. H. E. Hollmann, El. Nachr. Techn. **6**, 377, 1929, Fig. 9 und 10.
4) H. E. Hollmann, Ann. d. Phys. **86**, 129, 1928 (Fig. 28 und S. 150).
5) H. E. Hollmann, Zeitschr. f. Techn. Phys. **10**, 424, 1929.
6) Vgl. auch H. E. Hollmann, Verh. d. D. Phys. Ges. **3**, 10, 1928. Proc. Inst. R. E. **17**, 229, 1929.
7) B. Gill und H. Morrell, Phil. Mag. **44**, 161, 1922 und Phil. Mag. **49**, 369, 1925.
8) H. E. Hollmann, El. Nachr. Techn. **6**, 253, 1929.
9) H. Eccles und Jordan, Radio-Rev. **1**, 80, 1919. Electrician **83**, 299, 1919.
F. Holborn, Zeitschr. f. Phys. **6**, 328, 1921.
R. Mesny, L'Onde Electr. **3**, 26, 1924.
10) H. E. Hollmann, Zeitschr. f. phys. Unterr. **39**, 265, 1925.
11) H. E. Hollmann, Jahrb. d. drahtl. Tel. **34**, 140, 1929.
12) I. Romanoff, Phys. Zeitschr. **28**, 777, 1927.

(Eingegangen 21. November 1929.)

BESPRECHUNGEN.

A. S. Eve u. D. A. Keys, Applied Geophysics. X. u. 253 S. Mit 92 Fig. Cambridge, University Press. 1929. Geb. 12 s 6 d.

Unter der zahlreichen neueren Literatur über geophysikalische Aufschlußmethoden nimmt das Buch insofern eine besondere Stelle ein, als die Verff. sich bemüht haben, mehr als dies in früheren Veröffentlichungen über dies Gebiet der Fall war, mit Unterstützung durch das „Bureau of Kines" in Washington nicht nur die theoretische Seite der Methoden zu beleuchten, sondern auch Angaben aus der Praxis zu machen und — wohl zum ersten Male in diesem Umfange — Beispiele auf Grund von Felderfahrungen in größerer Zahl zu bringen, um den Interessenten die Möglichkeiten zu geben, den Wert der verschiedenen Methoden gegeneinander abzuwägen. Daß ihnen letzteres nicht ganz gelungen ist, liegt einmal an der von den Verff. selbst beklagten Tatsache, daß über die Ergebnisse der seismischen Methoden wenig bekannt ist, andererseits an einer Bevorzugung der elektrischen Methoden, über welche die Verff. offenbar selbst weitgehende Studien getrieben haben. Im einzelnen werden behandelt (immer mit knappen aber charakteristischen Angaben über Theorie und Praxis) die magnetischen (36 S.), elektrischen und elektromagnetischen (95 S.), Schwere- (33 S.), seismischen (26 S.) und andere Methoden (29 S.; radioaktive, thermische, elektrische Wellen u. a.). Das Buch enthält Angaben über eine Reihe von praktischen Erfahrungen aus Amerika, die seither in Europa im allgemeinen nicht bekannt waren; anderseits sind hier z. B. weitergehende praktische Erfahrungen mit der seismischen Methode veröffentlicht worden. Die Abbildungen und schematischen Darstellungen sind im allgemeinen sehr gut. Das Buch kann zur Einführung in die geophysikalischen Aufschlußmethoden empfohlen werden, zumal das Englisch der Verff. sehr leicht lesbar ist.

Gutenberg.

Franz Raaz, Sphärische Trigonometrie. Eine systematische Darstellung für den praktischen Gebrauch, zugleich eine kritische Studie über Auflösung sphärischer Dreiecke mit einem Anhang: Anwendungen in der Kristallberechnung. 67 S., 11 Fig. Verlag Th. Steinkopff, Dresden 1928. Preis RM 6.—.

Dieses Werkchen ist vor allem ein Lehrbuch und Hilfsbuch für den praktischen Gebrauch der sphärischen Trigonometrie. Wie im Vorwort vom Verf. angedeutet, will es auch allen denen, an die Hand gehen, die nicht von der Realschule herkommen, aber die sphärische Trigonometrie als Hilfswissenschaft brauchen. Wir vermissen unter den vom Verf. aufgezählten Interessenten vor allem die Strukturforschung mittels Röntgenuntersuchung Treibenden, für die die vorliegende Darstellung äußerst willkommen sein dürfte; ist sie doch bereits an einschlägigen Instituten, wie wir erfahren, als Lehrbehelf eingeführt.

G. Kirsch.

P. Debye, Polare Molekeln. VIII u. 200 S. Mit 34 Abb. Leipzig, S. Hirzel 1929. RM 14.—, geb. RM 15.50.

Die Beschäftigung von Physikern und von Chemikern mit den Erscheinungen der dielektrischen Polarisation hat seit mehreren Jahren ständig zugenommen. Der Ausgangspunkt dieser Entwicklung ist Debyes bekannte Arbeit von 1912. Das vorliegende handliche Buch bringt nun die sehr erwünschte Zusammenfassung des jetzigen Standes unserer Kenntnisse. Dabei erhält der Leser zuerst eine klare Darstellung der theoretischen Grundlagen für die Molekulartheorie der dielektrischen Polarisation (Kap. I u. II). Aus dieser Darstellung folgen auch sofort die wichtigsten Methoden für die praktische Bestimmung des Dipolmomentes von Molekülen. Die wichtigsten Ergebnisse solcher Messungen werden im Zusammenhange mit den chemischen Vorstellungen über den Molekülbau in Kap. III besprochen. Es folgt ein Kapitel über Modelle der einfachsten chemischen Moleküle. Die Theorie der anomalen Dispersion von elektrischen Wellen und der elektrischen Sättigungserscheinungen wird entwickelt (Kap. V u. VI) und an Hand der vorliegenden Versuche geprüft. Die letzten vier Kapitel beschäftigen sich mit der quantentheoretischen Deutung der Erscheinungen und bilden in ihrer durchsichtigen Darstellung ein schönes Beispiel für die Anwendung der neueren Quantentheorie auf die Rotation einfacher Moleküle. — Als Abschluß des Buches erscheint ein Verzeichnis gemessener elektrischer Momente, das in besonderen Nachlieferungen ergänzt werden soll. Eine Kritik der vom experimentellen Standpunkt aus ziemlich ungleichwertigen Zahlen erfolgt nicht; sie liegt wohl auch außerhalb des Rahmens dieses Buches.

Man muß dem Verf. dieses Buches für die lichtvolle Darstellung des Gebietes sehr dankbar sein, das seiner Arbeit so viel verdankt. Das Buch erfüllt eine so zeitgemäße Aufgabe, daß — ganz abgesehen von der überragenden Autorität des Verfassers — über seinen Erfolg kein Zweifel bestehen kann.

Dem Verlag gebührt eine besondere Anerkennung für die Initiative so rasch die deutsche Ausgabe der als Amerika-Vorlesung entstandenen Schrift verwirklicht zu haben.

L. Ebert.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Jena Dr. Wilhelm Hanle zum a. o. Professor der Physik ebenda.

Ehrung: Dem ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Max Planck wurde von der Royal Society in London die Copley-Medaille verliehen. Die Professoren der Physik Dr. James Franck und Dr. Max Born an der Universität Göttingen und Sir William Bragg an der Universität London wurden zu Mitgliedern der Preußischen Akademie der Wissenschaften ernannt.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.